Bac Spé Maths 2026
Voici la correction complète
du jour 1
pour le sujet Nouvelle-Calédonie
Jeudi 19 Novembre 2026

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 1) a) I milieu de [AB] $\rightarrow \begin{pmatrix} \frac{x_A+x_B}{2} \\ \frac{y_A+y_B}{2} \\ \frac{z_A+z_B}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-3+2}{2} \\ \frac{0+2}{2} \\ \frac{-1+0}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

b) Le vecteur $\vec{AB}$ sera ici un vecteur normal au plan P.

on a $\vec{AB}\begin{pmatrix} 2-(-3) \\ 2-0 \\ 0-(-1) \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et cela nous donne les coefficients a, b et c de l'équation cartésienne de P.

on a donc : $5x + 2y + 1z + d = 0$ (a, b, c)

or, le point I appartient à P et on aura : $5\times(-\frac{1}{2}) + 2\times 1 + 1\times(-\frac{1}{2}) + d = 0$ (x_I, y_I, z_I)

on en déduit $-1 + d = 0$ soit $d = 1$

et l'équation du plan P : $\boxed{5x + 2y + z + 1 = 0}$

c) pour le point C, on calcule $5\times(-1) + 2\times\frac{1}{2} + 3 + 1 = \boxed{0}$

donc on a $C \in P$

pour le point D, on calcule $5\times(-6) + 2\times 0 + (-1) + 1 = \boxed{-30} \neq 0$

donc on a $D \notin P$

2) a) La droite Δ est orthogonale au plan P et un vecteur directeur de cette droite sera $\vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ qui est normal à ce plan.

on aura donc pour Δ $\begin{cases} x = -6 + 5\times k \\ y = 0 + 2\times k \\ z = -1 + 1\times k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -6 + 5k \\ y = 2k \\ z = -1 + k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$

(point D ; vecteur directeur)

b) ce point H est donc le point d'intersection de la droite Δ et du plan P.

↳ on "écrit" donc la représentation de Δ dans l'équation du plan P.

on obtient : $5\times(-6+5k) + 2\times(2k) + (-1+k) + 1 = 0$

soit $-30 + 30k = 0 \rightarrow \boxed{k = 1}$

Les coordonnées du point H seront donc

$H\begin{pmatrix} x = -6+5\times 1 \\ y = 2\times 1 \\ z = -1+1 \end{pmatrix}$ soit $H\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

on remplace k par 1 dans la représentation de Δ

c) La distance du point D au plan P correspond ici à DH.

On a $DH = \sqrt{(x_H - x_D)^2 + (y_H - y_D)^2 + (z_H - z_D)^2}$

$= \sqrt{(-1-(-6))^2 + (2-0)^2 + (0-(-1))^2}$

$= \sqrt{5^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{30}$

3 En prenant les représentations paramétriques de chaque droite, on obtient un vecteur directeur pour chacune.

pour (CI), on aura $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-7\end{pmatrix}$ et pour (d), on aura $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\-12\\-1\end{pmatrix}$

on calcule $\vec{u}\cdot\vec{v} = \begin{pmatrix}1\\1\\-7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\-12\\-1\end{pmatrix} = 1\times5 + 1\times(-12) + (-7)\times(-1) = 0$

Donc on a $\vec{u} \perp \vec{v}$ et on a donc $(CI) \perp (d)$.

Il nous reste à montrer que ces droites sont sécantes.

↳ on résout le système $\begin{cases} -1+t = -1+5s \\ \frac{1}{2}+t = 2-12s \\ 3-7t = -s \end{cases}$

on va ici isoler t avec la première équation, pour le remplacer dans la deuxième et la troisième équation.

on obtient $\begin{cases} t = 5s \\ \frac{1}{2}+5s = 2-12s \\ 3-7\times5s = -s \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = 5s \\ 17s = \frac{3}{2} \quad (2-\frac{1}{2}) \\ -34s = -3 \end{cases}$

on en déduit $\begin{cases} t = 5s \\ s = \frac{3}{2}:17 = \boxed{\frac{3}{34}} \\ s = \frac{-3}{-34} = \boxed{\frac{3}{34}} \end{cases}$ → on a bien le même résultat.

Donc les droites (CI) et (d) sont bien sécantes et on avait déjà $(CI) \perp (d)$

↳ donc les droites se coupent orthogonalement.

Les coordonnées du point d'intersection ne sont pas demandées mais elles seraient obtenues en remplaçant s par $\frac{3}{34}$ ou t par $5\times\frac{3}{34} = \frac{15}{34}$, ce qui nous donnerait $\left(-\frac{19}{34} ; \frac{26}{17} ; \frac{-3}{34}\right)$.

Exercice 2

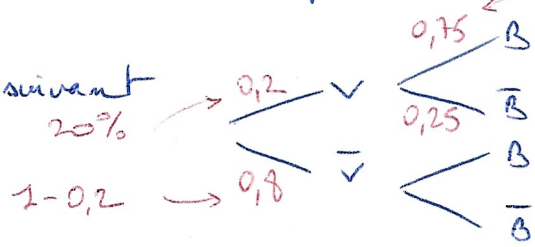
Partie A

1) on a ici un dénombrement SANS ordre et SANS répétition possible → c'est une combinaison de 3 personnes parmi un total de 15 → $\binom{15}{3} = \boxed{455}$ possibilités.

2) avec 1 homme parmi 5 et 2 femmes parmi 10, on obtient :
$\binom{5}{1} \times \binom{10}{2} = 5 \times 45 = \boxed{225}$ possibilités

Partie B

1) on a l'arbre suivant



avec $p(B) = 0,5$ (la moitié)

2) on cherche $p(V \cap B) = p(V) \times p_V(B) = 0,2 \times 0,75 = \boxed{0,15}$

3) on a $p_{\bar{V}}(B) = \dfrac{p(\bar{V} \cap B)}{p(\bar{V})}$ → à calculer ; $p(\bar{V}) \to 0,8$

et on utilise la formule des probabilités totales pour $p(\bar{V} \cap B)$.

on a : $p(B) = p(V \cap B) + p(\bar{V} \cap B)$

soit $0,5 = 0,15 + p(\bar{V} \cap B)$

soit $p(\bar{V} \cap B) = 0,5 - 0,15 = \boxed{0,35}$

donc $p_{\bar{V}}(B) = \dfrac{0,35}{0,8} = \boxed{\dfrac{7}{16}}$

Partie C

1) a) on a ici une loi binomiale (série d'épreuves identiques et indépendantes, avec 2 issues possibles) et on aura :

$n = 5$ et $p = p(\text{lancer réussi}) = 0,2$

b) on a $p(N=3) = \binom{5}{3} \times p^3 \times (1-p)^{5-3} = 10 \times 0,2^3 \times 0,8^2$

$= \boxed{0,0512}$

c) pour chaque lancer réussi, le joueur marque 10 points et on peut écrire une relation entre les variables X et N.

On a $X = 10 \times N$

On en déduit $E(X) = E(10N) = 10 \times E(N)$

avec $E(N) = n \times p = 5 \times 0,2 = 1$

on a donc $E(X) = 10 \times 1 = \boxed{10 \text{ €}}$

De même, on a $V(X) = V(10N) = 10^2 V(N)$ (ne pas oublier le 10^2)

avec $V(N) = n \times p \times (1-p) = 5 \times 0,2 \times 0,8 = 0,8$

on a donc $V(X) = 10^2 \times 0,8 = \boxed{80}$

[2] pour avoir $Y=24$, il faut que les 4 dés affichent la face "6".

Le nombre total de tirages possibles est égal à :

6 possibilités (dé 1) × 6 possibilités (dé 2) × 6 possibilités (dé 3) × 6 possibilités (dé 4)

soit un total de $6^4 = 1296$ tirages possibles,

avec 1 seule possibilité pour obtenir 4 fois la face 6.

On a donc $p(Y=24) = \boxed{\frac{1}{1296}}$

[3] on va appeler Z la variable qui correspond à la somme des points obtenue en jouant aux deux jeux.

On a donc $Z = X + Y$

et on a $E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 10 + 14 = \boxed{24}$

par linéarité de l'espérance

$$V(Z) = V(X+Y) = V(X) + V(Y) = 80 + \frac{35}{3} = \boxed{\frac{275}{3}}$$

par indépendance des variables

or, pour gagner une peluche, il faut que $Z \geq 44$

et on va faire le lien avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev

$$p(|Z - E(Z)| \geq a) \leq \frac{V(Z)}{a^2}$$

$E(Z)$

La condition $Z \geq 44$ correspond à $Z - 24 \geq 20$ qui peut s'écrire ici $|Z - 24| \geq 20$.

on a donc $p(Z \geq 44) = p(|Z-24| \geq 20) \leq \frac{\frac{275}{3}}{20^2} = \frac{11}{48} \approx 0{,}23$

et on a bien $\boxed{p(Z \geq 44) \leq 0{,}25.}$

Exercice 3

Affirmation 1 on résout l'équation $y' - y = 0$

soit $y' = 1y$

Les solutions seront du type $x \to Ae^{1x}$ soit $x \to Ae^{x}$, avec $A \in \mathbb{R}$.

On aura donc $f(x) = Ae^{x}$ et on veut $f(1) = 1$.

On en déduit $f(1) = Ae^{1} = 1$ soit $A = \frac{1}{e} = e^{-1}$

Donc on aura ici $f(x) = e^{-1} \times e^{x}$

ce qui nous donne bien $f(0) = e^{-1} \times \underbrace{e^{0}}_{=1} = e^{-1}$ → **VRAIE**

Affirmation 2

on reconnait ici une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme $\frac{1}{2}$ et de raison $\frac{1}{2}$.

On applique une formule à bien connaitre :

$$\text{somme des termes} = (\text{premier terme}) \times \frac{1 - \text{raison}^{(\text{nombre de termes})}}{1 - \text{raison}}$$

On obtient ici :

$$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{=\frac{1}{2}}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

or, on a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-1 < \frac{1}{2} < 1$

et on a $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = \boxed{1}$ et la suite converge vers 1

→ **FAUSSE**

Affirmation 3

on sait que, pour tout n, $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

et on en déduit $n - 1 \leq n + \cos(n) \leq n + 1$

soit $$\frac{n-1}{n+1} \leq \frac{n + \cos(n)}{n+1} \leq \underbrace{\frac{n+1}{n+1}}_{=1}$$

On a $\frac{n-1}{n+1} = \frac{\cancel{n}\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{\cancel{n}\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$ avec $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$

Donc, puisque $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$

on en déduit, par quotient des limites, $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{n-1}{n+1} = \boxed{1}$

on a donc $\frac{n-1}{n+1} \leq u_n \leq 1$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n-1}{n+1} = 1$

et, par application du théorème des gendarmes, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \boxed{1}$

→ VRAIE

Affirmation 4

on a ici un raisonnement par récurrence à faire.

initialisation on sait que $v_0 = \boxed{6}$

et on vérifie que $v_0 = 2 + 4^{0+1} = 2 + 4^1 = 2 + 4 = \boxed{6}$

Donc la propriété est bien vérifiée au rang 0.

Hérédité

on suppose la propriété vraie au rang n : $v_n = 2 + 4^{n+1}$

et montrons la propriété vraie au rang $(n+1)$ soit $v_{n+1} = 2 + 4^{n+2}$ ($(n+1)+1$)

on sait que $v_{n+1} = 4v_n - 6$

et on obtient donc $v_{n+1} = 4 \times (2 + 4^{n+1}) - 6$

$= 8 + \underbrace{4 \times 4^{n+1}}_{=4^{n+2}} - 6 = 4^{n+2} + 2$

et on a bien l'égalité souhaitée, et d'après le principe de récurrence, la propriété est bien vraie pour tout n

→ VRAIE

Exercice 4

Partie A

1 a) on a $f(1) = 1 + \frac{\ln(1)}{1} = 1$ ($\ln(1)=0$) et $f(e) = 1 + \frac{\ln(e)}{e} = 1 + \frac{1}{e}$ ($\ln(e)=1$)

b) on a $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ ($\ln x \to -\infty$, $x \to 0$) donc $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$

c) on a $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ (avec les croissances comparées)

donc on a $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ et la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$.

2 a) on a $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ ($u = \ln x$, $v = x$) et on a $f'(x) = 0 + \frac{\frac{1}{x}\times x - \ln(x)\times 1}{x^2}$ ($u' = \frac{1}{x}$, $v' = 1$, $v^2 = x^2$)

c'est à dire $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$

b) on a $x^2 > 0$ sur $]0;+\infty[$ → le signe de $f'(x)$ ne dépend donc que du signe de $1-\ln x$ → on résout $1-\ln x \geq 0$

$-\ln x \geq -1$

$\ln x \leq 1 (= \ln e)$

$x \leq e$

x	0		e		$+\infty$
signes de $f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
variations de f	‖ $-\infty$	↗	$1+\frac{1}{e}$	↘	1

3 a) on a $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$

et on aura donc $f''(x) = \frac{-\frac{1}{x}\times x^2 - (1-\ln x)\times 2x}{(x^2)^2}$ ($u = 1-\ln x$, $u' = -\frac{1}{x}$, $v = x^2$, $v' = 2x$, $v^2 = (x^2)^2$)

avec $u(x) = 1-\ln(x)$ et $v(x) = x^2$

soit $f''(x) = \frac{-x - 2x(1-\ln x)}{x^4} = \frac{x(-1-2(1-\ln(x)))}{x^4}$

et on obtient $f''(x) = \frac{-1-2+2\ln(x)}{x^3} = \frac{2\ln(x)-3}{x^3}$

or, sur $]0;2]$, on a $x^3 > 0$ et on a $x \leq 2$

soit $\ln x \leq \ln(2)$

soit $2\ln(x) \leq 2\ln(2)$

soit $2\ln(x) - 3 \leq 2\ln(2) - 3 < 0$ ($\approx -1{,}6$)

on a donc $f''(x) < 0$ sur $]0;2]$

et la fonction f est bien concave sur $]0;2]$.

b) on applique la formule $y = f'(1)\times(x-1) + f(1)$

avec $f(1) = 1$ et $f'(1) = \dfrac{1-\ln(1)}{1^2} = 1$

on obtient : $y = 1\times(x-1)+1$ soit $y = x - \cancel{1} + \cancel{1} \rightarrow \boxed{y = x}$

c) La fonction f est concave sur $]0;2]$.
Sa courbe $\mathcal{C}_f$ sera donc en dessous des tangentes en chacun des points de $]0;2]$, et donc $\mathcal{C}_f$ sera en dessous de la tangente au point d'abscisse 1, sur l'intervalle $]0;2]$.
Ce qui correspond à $\boxed{f(x) \leq x}$ sur $]0;2]$

Partie B 1) pour ceux qui ne connaissent pas une primitive de $\frac{\ln x}{x}$, la valeur de l'intégrale est donnée afin de pouvoir faire la question 2.

on a $\dfrac{\ln x}{x} = \underbrace{\ln x}_{u} \times \underbrace{\dfrac{1}{x}}_{u'}$ et une primitive de $\frac{\ln x}{x}$ s'écrira $\frac{1}{2}(\ln x)^2$

↳ primitive de $u\times u'$: $\frac{1}{2}u^2$

on a $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx = \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^2 = \frac{1}{2}(\ln 2)^2 - \underbrace{\frac{1}{2}(\ln 1)^2}_{=0}$

soit $\boxed{I = \frac{1}{2}(\ln 2)^2}$

2) on cherche l'aire $\mathcal{A}$ "entre" la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite Δ.

↳ on a $\mathcal{A} = \displaystyle\int_1^2 (y - f(x))\,dx = \int_1^2 \left(x - \left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)\right)dx$

on obtient, par linéarité : $\mathcal{A} = \displaystyle\int_1^2 x\,dx - \int_1^2 1\,dx - \underbrace{\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx}_{=I}$

soit $\mathcal{A} = \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 - [x]_1^2 - I$

$= \left(\frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right) - (2-1) - \frac{1}{2}(\ln 2)^2$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\ln 2)^2$

ou $\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2}\left(1 - (\ln 2)^2\right) \text{ u.a}}$