Exercice 2

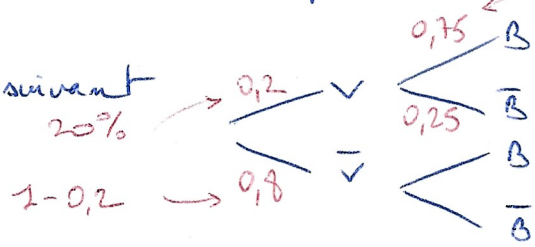
Partie A

1) on a ici un dénombrement SANS ordre et SANS répétition possible → c'est une combinaison de 3 personnes parmi un total de 15 → $\binom{15}{3} = \boxed{455}$ possibilités.

2) avec 1 homme parmi 5 et 2 femmes parmi 10, on obtient :
$\binom{5}{1} \times \binom{10}{2} = 5 \times 45 = \boxed{225}$ possibilités

Partie B

1) on a l'arbre suivant



avec $p(B) = 0,5$ (la moitié)

2) on cherche $p(V \cap B) = p(V) \times p_V(B) = 0,2 \times 0,75 = \boxed{0,15}$

3) on a $p_{\bar{V}}(B) = \dfrac{p(\bar{V} \cap B)}{p(\bar{V})}$ → à calculer ; $p(\bar{V}) \to 0,8$

et on utilise la formule des probabilités totales pour $p(\bar{V} \cap B)$.

on a : $p(B) = p(V \cap B) + p(\bar{V} \cap B)$

soit $0,5 = 0,15 + p(\bar{V} \cap B)$

soit $p(\bar{V} \cap B) = 0,5 - 0,15 = \boxed{0,35}$

donc $p_{\bar{V}}(B) = \dfrac{0,35}{0,8} = \boxed{\dfrac{7}{16}}$

Partie C

1) a) on a ici une loi binomiale (série d'épreuves identiques et indépendantes, avec 2 issues possibles) et on aura :

$n = 5$ et $p = p(\text{lancer réussi}) = 0,2$

b) on a $p(N=3) = \binom{5}{3} \times p^3 \times (1-p)^{5-3} = 10 \times 0,2^3 \times 0,8^2$

$= \boxed{0,0512}$

c) pour chaque lancer réussi, le joueur marque 10 points et on peut écrire une relation entre les variables X et N.

On a $X = 10 \times N$

On en déduit $E(X) = E(10N) = 10 \times E(N)$

avec $E(N) = n \times p = 5 \times 0,2 = 1$

on a donc $E(X) = 10 \times 1 = \boxed{10 \text{ €}}$

De même, on a $V(X) = V(10N) = 10^2 V(N)$ (ne pas oublier le 10^2)

avec $V(N) = n \times p \times (1-p) = 5 \times 0,2 \times 0,8 = 0,8$

on a donc $V(X) = 10^2 \times 0,8 = \boxed{80}$

[2] pour avoir $Y=24$, il faut que les 4 dés affichent la face "6".

Le nombre total de tirages possibles est égal à :

6 possibilités (dé 1) × 6 possibilités (dé 2) × 6 possibilités (dé 3) × 6 possibilités (dé 4)

soit un total de $6^4 = 1296$ tirages possibles,

avec 1 seule possibilité pour obtenir 4 fois la face 6.

On a donc $p(Y=24) = \boxed{\frac{1}{1296}}$

[3] on va appeler Z la variable qui correspond à la somme des points obtenue en jouant aux deux jeux.

On a donc $Z = X + Y$

et on a $E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 10 + 14 = \boxed{24}$

par linéarité de l'espérance

$$V(Z) = V(X+Y) = V(X) + V(Y) = 80 + \frac{35}{3} = \boxed{\frac{275}{3}}$$

par indépendance des variables

or, pour gagner une peluche, il faut que $Z \geq 44$

et on va faire le lien avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev

$$p(|Z - E(Z)| \geq a) \leq \frac{V(Z)}{a^2}$$

$E(Z)$

La condition $Z \geq 44$ correspond à $Z - 24 \geq 20$ qui peut s'écrire ici $|Z - 24| \geq 20$.

on a donc $p(Z \geq 44) = p(|Z-24| \geq 20) \leq \frac{\frac{275}{3}}{20^2} = \frac{11}{48} \approx 0{,}23$

et on a bien $\boxed{p(Z \geq 44) \leq 0{,}25.}$