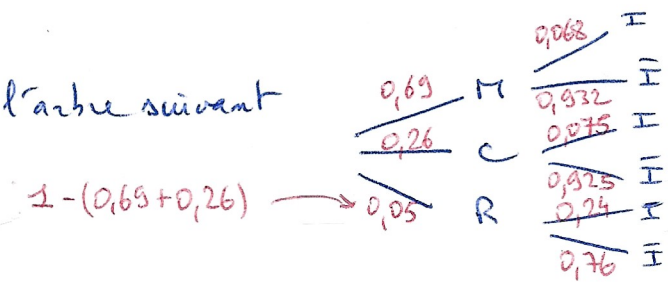
Bac Spé Maths 2026
Voici la correction complète
du jour 1
pour le sujet Amérique du Sud
Jeudi 12 Novembre 2026

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

Partie A

1. on a l'arbre suivant



2. on utilise la formule des probabilités totales :

$$p(I) = p(M \cap I) + p(C \cap I) + p(R \cap I)$$
$$= 0{,}69 \times 0{,}068 + 0{,}26 \times 0{,}075 + 0{,}05 \times 0{,}24 = \boxed{0{,}07842}$$

3. on cherche ici $p_{\bar{I}}(R) = \dfrac{p(R \cap \bar{I})}{p(\bar{I})} = \dfrac{p(R) \times p_R(\bar{I})}{1 - p(I)} = \dfrac{0{,}05 \times 0{,}76}{1 - 0{,}07842}$

et on obtient $p_{\bar{I}}(R) \approx \boxed{0{,}041}$

Partie B

1. on peut assimiler ce choix à une série d'épreuves identiques et indépendantes, avec 2 issues possibles.
on a donc ici une loi binomiale de paramètre n
et $p = p(I) = 0{,}078$.

2. a) on cherche $p(X_n \geq 1) = 1 - p(X_n = 0)$

$$= 1 - \binom{n}{0} \times p^0 \times (1-p)^{n-0}$$
$$= 1 \quad = 1 \quad = (1-0{,}078)^n$$

et on obtient $p(X_n \geq 1) = 1 - (0{,}922)^n$ soit $p_n = 1 - (0{,}922)^n$

b) on cherche n tel que $p_n \geq 0{,}99$
et on résout l'inéquation $1 - (0{,}922)^n \geq 0{,}99$
on obtient $(0{,}922)^n \leq 0{,}01$
soit $\ln(0{,}922)^n \leq \ln(0{,}01)$ (la fonction ln est croissante et elle conserve l'ordre.)
soit $n \times \ln(0{,}922) \leq \ln(0{,}01)$
on obtient alors $n \geq \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}922)}$ (inversion car on a divisé par $\ln(0{,}922)$ qui est négatif)
$\approx 56{,}7$

↳ on aura donc $p_n \geq 0{,}99$ à partir d'un échantillon de 57 patients.

3) a) on a $E(R_n) = E\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{n} E(X_n) = \frac{1}{n} \times np = p = \boxed{0,078}$

par linéarité de l'espérance — espérance d'une loi binomiale

b) pour une variable aléatoire R_n, on aura :

$$p(|R_n - E(R_n)| \geq a) \leq \frac{V(R_n)}{a^2} \quad , \text{pour } a > 0$$

c) avec $V(R_n) = \frac{0,071916}{n}$ et $a = 0,1$, on obtient

$$p(|R_n - 0,078| \geq 0,1) \leq \frac{0,071916}{n \times 0,1^2}$$

on a $\frac{0,071916}{0,1^2} = 7,1916 \leq 7,2$

et on en déduit $p(|R_n - 0,078| \geq 0,1) \leq \frac{7,2}{n}$

d) on a ici $n = 500$ et l'inégalité précédente devient :

$$p(|R_{500} - 0,078| \geq 0,1) \leq \frac{7,2}{500} \quad \text{avec } \frac{7,2}{500} = 0,0144 \text{ ou } 1,44\%$$

Donc, dans un échantillon de 500 personnes, la probabilité que la variable R_{500} vérifie $|R_{500} - 0,078| \geq 0,1$ est inférieur ou égal à 1,44%.

or, $|R_{500} - 0,078| \geq 0,1$ peut ici se transformer en

$R_{500} \geq 0,1 + 0,078$ soit $R_{500} \geq 0,178$ ou 17,8%

Donc, on a moins de 1,44% de chances d'avoir un pourcentage de prélèvements avec infection supérieur ou égal à 17,8%.

Donc, avec 20% de prélèvements avec une infection, on se trouve bien devant un cas considéré comme exceptionnel.

Exercice 2

Partie A

1 on va montrer que $\vec{AB} \perp \vec{AC}$ en vérifiant que $\vec{AB}.\vec{AC} = 0$

on a $\vec{AB}\begin{pmatrix} 6-3 \\ 1-(-2) \\ 5-2 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix} 6-3 \\ -2-(-2) \\ -1-2 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AC}\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

et on a donc $\vec{AB}.\vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 3\times3 + 3\times0 + 3\times(-3) = \boxed{0}$

Donc on a bien $\vec{AB} \perp \vec{AC}$ → le triangle ABC est rectangle en A.

2 on vérifie l'équation du plan avec les coordonnées du point A

↳ on a $3 + (-2) + 2 - 3 = \boxed{0}$ donc on a $\boxed{A \in \mathcal{P}}$

(x_A, y_A, z_A)

3 Le vecteur $\vec{AC}$ est donc un vecteur normal au plan $\mathcal{P}'$.
Les coordonnées de $\vec{AC}$ seront donc les coefficients a, b et c de l'équation cartésienne de $\mathcal{P}'$.

on aura donc : $3x + 0y + (-3)z + d = 0$

soit $3x - 3z + d = 0$

or on a $A \in \mathcal{P}'$ et on a donc $3\times3 - 3\times2 + d = 0 \rightarrow d = -3$

(x_A, z_A)

On en déduit l'équation de $\mathcal{P}'$: $\boxed{3x - 3z - 3 = 0}$ ou $\boxed{x - z - 1 = 0}$

4 il suffit de vérifier que, pour tout $t \in \mathbb{R}$, les coordonnées données par la représentation paramétrique de (Δ) vérifient l'équation cartésienne de chacun des plans.

↳ pour $\mathcal{P}$, on vérifie $(t+1) + (-2t+2) + t - 3 = \boxed{0}$

et pour $\mathcal{P}'$, on vérifie $(t+1) - (t) - 1 = \boxed{0}$

(il suffit de réduire chaque expression ici)

Donc (Δ) est bien la droite d'intersection des plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$.

Partie B

1 on va montrer que le vecteur $\vec{AS}$ est orthogonal aux deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$, non colinéaires, du plan (ABC).

on a $\vec{AS}\begin{pmatrix} 0-3 \\ 4-(-2) \\ -1-2 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AS}\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

et on a donc $\vec{AS}.\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = -3\times3 + 6\times3 + (-3)\times3 = 0$ soit $\vec{AS} \perp \vec{AB}$

et $\vec{AS}.\vec{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = -3\times3 + 6\times0 + (-3)\times(-3) = 0$ soit $\vec{AS} \perp \vec{AC}$

↳ on a bien (AS) orthogonale à (ABC).

2 En prenant le triangle ABC comme base, [AD] sera la hauteur associée.

On aura $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{ABC} \times AD$

or ABC est un triangle rectangle en A $\rightarrow \text{Aire}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$.

avec $\vec{AB}\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}$, on a $AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{3^2+3^2+3^2} = \sqrt{27}$

avec $\vec{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-3\end{pmatrix}$, on a $AC = \|\vec{AC}\| = \sqrt{3^2+0^2+(-3)^2} = \sqrt{18}$

et avec $\vec{AD}\begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}$, on a $AD = \|\vec{AD}\| = \sqrt{(-3)^2+6^2+(-3)^2} = \sqrt{54}$

on obtient alors : $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{27} \times \sqrt{18}}{2} \times \sqrt{54} = \boxed{27}$ u.v.

3 (encore des calculs de coordonnées de vecteurs et de longueurs !!)

on a $\vec{DB}\begin{pmatrix}6-0\\1-4\\5-(-1)\end{pmatrix} \rightarrow \vec{DB}\begin{pmatrix}6\\-3\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{DC}\begin{pmatrix}6-0\\-2-4\\-1-(-1)\end{pmatrix} \rightarrow \vec{DC}\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix}$

on alors $DB = \|\vec{DB}\| = \sqrt{6^2+(-3)^2+6^2} = \sqrt{81} = 9$

et $DC = \|\vec{DC}\| = \sqrt{6^2+(-6)^2+0^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

on travaille dans un repère orthonormal et on a donc :

$\vec{DB}.\vec{DC} = \begin{pmatrix}6\\-3\\6\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix} = 6\times6+(-3)\times(-6)+6\times0 = \boxed{54}$

et on sait que $\vec{DB}.\vec{DC} = DB \times DC \times \cos(\widehat{BDC})$

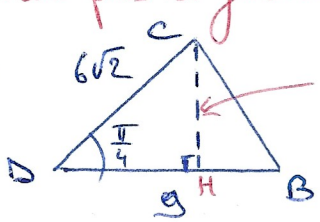
$\quad 54 \quad\quad 9 \quad 6\sqrt{2}$

on en déduit $54 = 9 \times 6\sqrt{2} \times \cos(\widehat{BDC}) \rightarrow \cos(\widehat{BDC}) = \frac{54}{9\times6\sqrt{2}}$

et on obtient $\cos(\widehat{BDC}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ soit $\boxed{\widehat{BDC} = \frac{\pi}{4}}$

4 (question pas si facile car le raisonnement est peu attendu en Terminale)

croquis



c'est la hauteur relative à la base [DB] du triangle et on utilise une formule trigonométrique

$\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{CH}{6\sqrt{2}}$ soit $CH = 6\sqrt{2} \times \sin(\frac{\pi}{4})$ $\quad = \frac{\sqrt{2}}{2}$

on en déduit : $\text{Aire}_{BDC} = \frac{1}{2} \times DB \times CH = \frac{1}{2} \times 9 \times 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{27}$

base ↑ hauteur associée ↑

5 La distance cherchée correspond à la hauteur h relative à la base BCD de la pyramide ABCD.

on sait que $V_{ABCD} = 27$

et on a $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{BCD} \times h$ soit $27 = \frac{1}{3} \times 27 \times h$

on en déduit $h = \boxed{3}$.

Exercice 3

Question 1 : il faut connaître ici le lien entre les variations de f' et la convexité.

on a

x	-3		-2		0		3		4
variations de f'		↗		↘		↗		↘	
fonction f	convexe		concave		convexe		concave		

points d'inflexion

La seule proposition correcte est la réponse **c** car la fonction f est bien concave sur $[-2;0]$

Question 2 : on a ici un dénombrement sans répétition possible et sans notion d'ordre. c'est donc une combinaison de 10 joueurs pris parmi le total de 20 joueurs.
On a donc $\binom{20}{10}$ équipes possibles → réponse **a**

Question 3 : on a ici une question très facile et sans piège.
↳ il faut écrire "while u < 100" → réponse **c**

Question 4 : en calculant $f(1)$ qui doit ici être égal à 0, on élimine les deux premières propositions.
on teste alors la troisième proposition
↳ on a $f(x) = \frac{3}{2}e^{3(1-x)} - \frac{3}{2}$ et on a bien $f(1) = 0$.

on calcule $f'(x) = \frac{3}{2} \times \underbrace{\left(-3e^{3(1-x)}\right)}_{u' \quad u} = -\frac{9}{2}e^{3(1-x)}$

et on a $f'(x) + 3f(x) = -\frac{9}{2}e^{3(1-x)} + 3\times\left(\frac{3}{2}e^{3(1-x)} - \frac{3}{2}\right)$

$$= -\frac{9}{2}e^{3(1-x)} + \frac{9}{2}e^{3(1-x)} - \frac{9}{2} = -\frac{9}{2} \neq \frac{9}{2}$$

Donc la fonction f proposée ne vérifie pas l'équation $y' + 3y = \frac{9}{2}$
et la seule réponse possible ici est donc la réponse **d**

les personnes "inquiètent" peuvent vérifier cette réponse en faisant un calcul similaire à celui fait pour la troisième proposition.

Exercice 4

Partie A

1 a) en 0, on écrit $f(x) = 2x - x\ln x$ ($2x \to 0$, $-x\ln x \to 0$ par croissances comparées) $\to \lim\limits_{x\to 0} f(x) = \boxed{0}$

et en $+\infty$, on a $f(x) = x(2-\ln x)$ et, par produit, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$

b) on a $f(x) = \underbrace{x}_{u}\underbrace{(2-\ln x)}_{v}$ $\to$ on a donc $f'(x) = \underbrace{1}_{u'}\times\underbrace{(2-\ln x)}_{v} + \underbrace{x}_{u}\times\underbrace{\left(-\frac{1}{x}\right)}_{v'}$

on obtient donc $f'(x) = 2 - \ln x - 1 = \boxed{1 - \ln(x)}$

c) on a $1-\ln(x) = 0$ pour $\ln(x) = 1$ c'est à dire $x = e$

et on aura donc $f'(x) \leq 0$ pour $x \geq e$, soit f décroissante sur $[e;+\infty[$

et $f'(x) \geq 0$ pour $x \leq e$, soit f croissante sur $]-\infty;e]$

2 on résume tout cela dans un tableau de variations

x	0		e		e^2		$+\infty$
variations de f	0	↗	e	↘	0	↘	$-\infty$

on a $f(e) = e(2-\ln(e)) = e(2-1) = e$

et $f(e^2) = e^2(2-\ln(e^2)) = e^2(2-2\ln e) = e^2(2-2) = 0$

on a donc : $f(e^2) = 0$ et f décroissante sur $[e^2;+\infty[$

et on aura donc $f(x) \leq 0$ sur $[e^2;+\infty[$.

3 a) La fonction f est continue et décroissante sur $[e^2;e^3]$

on a $f(e^2) = \boxed{0}$ et $f(e^3) = e^3(2-\ln(e^3)) = e^3(2-3\ln e) = \boxed{-e^3}$

on constate donc que $-1 \in [f(e^3);f(e^2)]$, et d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = -1$ possède une unique solution sur $[e^2;e^3]$

b) avec la calculatrice, on obtient $\boxed{8{,}3 \leq \alpha \leq 8{,}4}$

c) le nombre α vérifie donc l'équation $f(\alpha) = -1$

c'est à dire $\alpha(2-\ln(\alpha)) = -1$

soit $2 - \ln(\alpha) = -\frac{1}{\alpha} \to -\ln(\alpha) = -\frac{1}{\alpha} - 2$

ou $\boxed{\ln(\alpha) = \frac{1}{\alpha} + 2}$

Partie B

1 initialisation on a $U_0 = 0{,}1$ donc on a bien $0{,}1 \leq U_0 \leq e$

et la propriété est bien vérifiée au rang 0.

Hérédité on suppose $0{,}1 \leq U_n \leq e$

on obtient $f(0{,}1) \leq f(U_n) \leq f(e)$ (la fonction f est croissante et conserve l'ordre)

$\approx 0{,}43$ $\quad = e$

et on a bien $0{,}1 \leq U_{n+1} \leq e$

Donc, si on suppose la propriété vraie au rang n, alors elle reste vraie au rang $(n+1)$ et, d'après le principe de récurrence, on aura bien, pour tout n, $\boxed{0,1 \leq u_n \leq e}$

2 La suite (u_n) est donc croissante et majorée (car $u_n \leq e$).
Donc, d'après le théorème de convergence monotone, la suite (u_n) converge.

3 Sa limite L va vérifier $f(L) = L$
soit $L(2 - \ln(L)) = L$
on peut ici diviser par L car on a forcément $L \neq 0$ (car $u_n \geq 0,1$)
on obtient $2 - \ln(L) = 1$ soit $\ln(L) = 1$
c'est à dire $\boxed{L = e}$

Partie C

2 on a $\displaystyle\int_{e^2}^{\alpha} x\ln(x)\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\times\ln x\right]_{e^2}^{\alpha} - \int_{e^2}^{\alpha}\frac{x^2}{2}\times\frac{1}{x}\,dx$
($u'\times v$; $u\times v$; $u\times v'$)

$$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(\alpha) - \frac{(e^2)^2}{2}\ln(e^2) - \frac{1}{2}\int_{e^2}^{\alpha} x\,dx$$
$$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(\alpha) - \frac{e^4}{2}\times 2\underbrace{\ln(e)}_{=1} - \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{e^2}^{\alpha}$$
$$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(\alpha) - e^4 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2}{2} - \frac{(e^2)^2}{2}\right)$$
$$= \frac{\alpha^2}{2}\ln(\alpha) - e^4 - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{e^4}{4} = \frac{\alpha^2(2\ln\alpha - 1) - 3e^4}{4}$$

2 a) La fonction f est négative sur $[e^2 ; \alpha]$
→ on aura donc $A = -\displaystyle\int_{e^2}^{\alpha} f(x)\,dx = -\int_{e^2}^{\alpha} x(2-\ln x)\,dx$
ne pas oublier

et on obtient $A = -\displaystyle\int_{e^2}^{\alpha}(2x - x\ln x)\,dx = \int_{e^2}^{\alpha} x\ln x\,dx - \int_{e^2}^{\alpha} 2x\,dx$
par linéarité de l'intégrale

$\displaystyle\int_{e^2}^{\alpha} 2x\,dx = \left[x^2\right]_{e^2}^{\alpha} = \alpha^2 - (e^2)^2 = \alpha^2 - e^4$

on obtient : $A = \dfrac{\alpha^2(2\ln\alpha - 1) - 3e^4}{4} - (\alpha^2 - e^4)$ avec $\ln(\alpha) = 2 + \dfrac{1}{\alpha}$

on en déduit $A = \dfrac{\alpha^2\left(2\left(2+\frac{1}{\alpha}\right) - 1\right) - 3e^4 - 4(\alpha^2 - e^4)}{4}$

soit $A = \dfrac{4\alpha^2 + 2\alpha - \alpha^2 - 3e^4 - 4\alpha^2 + 4e^4}{4}$

$$= \frac{2\alpha - \alpha^2 + e^4}{4} \rightarrow \boxed{A = \frac{\alpha(2-\alpha) + e^4}{4}}$$