Bac Spé Maths 2026
Voici la correction complète
du jour 2
pour le sujet Centres Etrangers
Jeudi 11 Juin 2026

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

① on va montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-1\\1-0\\-1-3\end{pmatrix} \to \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1-1\\1-0\\1-3\end{pmatrix} \to \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$

↳ on calcule $0:1=0$ et $1:1=1 \neq 0$

Donc il n'y a pas de proportionnalité entre les coordonnées

Donc les vecteurs ne sont pas colinéaires et les points A, B, C définissent un plan (car ils ne sont pas alignés).

② on doit vérifier que $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC).

on calcule $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix} = 4\times1+4\times1+2\times(-4) = \boxed{0} \to \boxed{\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}}$

et $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix} = 4\times0+4\times1+2\times(-2) = \boxed{0} \to \boxed{\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}}$.

→ on a bien le résultat souhaité.

③ Les coordonnées du vecteur normal vont représenter les coefficients a, b et c de l'équation cartésienne du plan.

pour (ABC), on aura donc : $\underset{a}{4}x+\underset{b}{4}y+\underset{c}{2}z+d=0$

et on utilise, par exemple, le point A.

On a $A\in(ABC) \to 4\times\underset{x_A}{1}+4\times\underset{y_A}{0}+2\times\underset{z_A}{3}+d=0 \to 10+d=0$

$\to d=-10$.

on obtient donc pour (ABC) : $\boxed{4x+4y+2z-10=0}$

④ on remplace x, y et z par les coordonnées du point H

↳ on a bien $4\times\underset{x_H}{0}+4\times\underset{y_H}{2}+2\times\underset{z_H}{1}-10=\boxed{0} \to \boxed{H\in(ABC)}$

⑤ on a ici un raisonnement très classique.

on commence par calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$ avec les coordonnées.

on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}0-1\\2-0\\1-3\end{pmatrix} \to \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-1\\2\\-2\end{pmatrix}$

↳ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH} = 1\times(-1)+1\times2+(-4)\times(-2) = \boxed{9}$

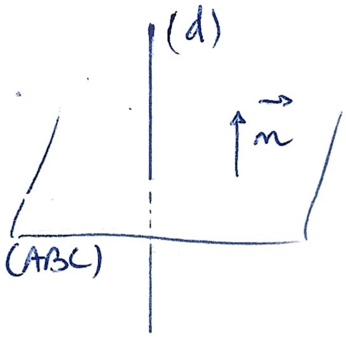
et on sait que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH} = AB\times AH\times\cos(\widehat{BAH})$

avec $AB=\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1^2+1^2+(-4)^2} = \sqrt{18}$

$AH=\|\overrightarrow{AH}\| = \sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2} = \sqrt{9} = 3$

On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = 9 = \sqrt{18} \times 3 \times \cos(\widehat{BAH})$

soit $\widehat{BAH} = \cos^{-1}\left(\dfrac{9}{\sqrt{18} \times 3}\right) = \boxed{45°}$



⑥ La droite (d) est orthogonale au plan (ABC).
Un vecteur directeur de (d) sera donc le vecteur $\vec{n}$ (normal au plan (ABC)).

On aura donc pour (d) $\begin{cases} x = \boxed{0} + \boxed{4} \times t \\ y = \boxed{2} + \boxed{4} \times t \\ z = \boxed{1} + \boxed{2} \times t \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$

point H — vecteur directeur

$\boxed{\text{soit } \begin{cases} x = 4t \\ y = 2 + 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}}$

⑦ Le point H appartient à la droite (d) et au plan (ABC).
Ce point sera le projeté orthogonal du point S sur le plan (ABC).
Donc la distance entre S et (ABC) sera égale à SH.

On a $SH = \sqrt{(x_H - x_S)^2 + (y_H - y_S^2) + (z_H - z_S)^2}$

$= \sqrt{(0 - 4t)^2 + (2 - (2+4t))^2 + (1 - (1+2t))^2}$

car $S \in (d)$

on obtient $SH = \sqrt{(-4t)^2 + (-4t)^2 + (-2t)^2} = \sqrt{36 t^2}$

or on veut $SH = 6 \rightarrow \sqrt{36 t^2} = 6 \rightarrow 6|t| = 6$

valeur absolue car t peut être négatif.

↳ on en déduit $|t| = 1$ soit $t = \boxed{-1}$ ou $t = \boxed{1}$

mais l'énoncé nous demande d'avoir x_S positive.

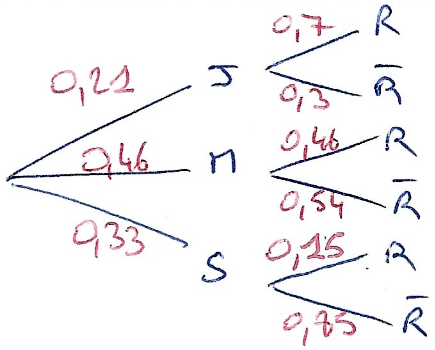
On prend $t = 1$ et les coordonnées du point S sont alors :

$\begin{cases} x = 4 \times 1 \\ y = 2 + 4 \times 1 \\ z = 1 + 2 \times 1 \end{cases}$ soit $S\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exercice 2

Partie A

① on a l'arbre suivant



② on a $p(M \cap R) = p(M) \times p_M(R)$

$= 0{,}46 \times 0{,}46 = \boxed{0{,}212}$

→ c'est la probabilité d'avoir une personne entre 30 et 59 ans ayant déjà publié sur ce réseau social.

③ ⓐ on s'intéresse ici à $p(R)$ et on utilise la formule des probabilités totales → $p(R) = p(J \cap R) + p(M \cap R) + p(S \cap R)$

$= 0{,}21 \times 0{,}7 + 0{,}46 \times 0{,}46 + 0{,}33 \times 0{,}15$

$\approx \boxed{0{,}408}$

ⓑ on cherche $p_R(S) = \dfrac{p(R \cap S)}{p(R)} = \dfrac{0{,}33 \times 0{,}15}{0{,}408} \approx \boxed{0{,}121}$

Partie B

① on aura ici $\boxed{n = 100}$ et $\boxed{p = p(R) = 0{,}41}$

② on s'intéresse ici à $p(X \geq 50)$ → avec NUMWORKS

↳ on obtient directement $p(X \geq 50) \approx \boxed{0{,}043}$

ou on utilise $1 - p(X \leq 49) \approx 1 - 0{,}957 \approx \boxed{0{,}043}$

← avec TI83

③ on a $E(X) = n \times p = 100 \times 0{,}41 = \boxed{41}$ personnes.

→ cela signifie que, sur un échantillon de 100 personnes, on peut "espérer" avoir en moyenne 41 personnes ayant déjà publié sur ce réseau social.

Partie C

on doit reconnaître ici une application de l'inégalité de Bienaymé - Tchebychev.

on commence donc par calculer $E(Y)$ et $V(Y)$.

↳ on a $E(Y) = E\left(\dfrac{X_1 + \dots + X_{150}}{150}\right) = \dfrac{1}{150}\left(E(X_1) + \dots + E(X_{150})\right)$

↑ linéarité de l'espérance

avec $E(X_i) = 41$, pour tout i

on obtient $E(Y) = \dfrac{1}{150}(150 \times 41) = \boxed{41}$

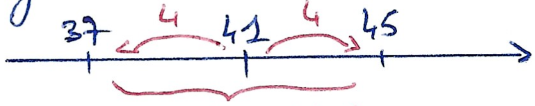
et on a $V(Y) = V\left(\dfrac{X_1 + \dots + X_{150}}{150}\right) = \dfrac{1}{150^2}\left(V(X_1) + \dots + V(X_{150})\right)$

ne pas oublier !
les variables sont indépendantes

avec $V(Y_i) = np(1-p) = 100 \times 0{,}41 \times (1 - 0{,}41) = \boxed{24{,}19}$, pour tout i

on obtient $V(Y) = \dfrac{1}{150^2}(150 \times 24{,}19) = \boxed{\dfrac{24{,}19}{150}}$.

On remarque que $E(Y) = 41$ est parfaitement "centré" entre les valeurs 37 et 45 proposées →



$37 < Y < 45$

ou $|Y - \underbrace{E(Y)}_{(41)}| < 4$

L'inégalité de Bienaymé - Tchebichev nous donne :

$$\underbrace{p(|Y - E(Y)| \geq 4)} \leq \frac{V(Y)}{4^2}.$$

soit $$1 - p(|Y - E(Y)| < 4) \leq \frac{V(Y)}{4^2}$$

c'est à dire $$p(|Y - E(Y)| < 4) \geq 1 - \frac{V(Y)}{4^2}$$

$= 1 - \dfrac{\frac{24{,}19}{150}}{16}$

$\simeq 0{,}9899$

↳ on obtient bien $p(|Y - \underbrace{E(Y)}_{41}| < 4) \geq \underbrace{0{,}98}_{98\%}$.

Exercice 3

Partie A

1) on sait que $(\ln u)' = \frac{1}{u} \times u' = \frac{u'}{u}$.

on a ici $f(x) = \ln(\underbrace{3x^2+2x}_{u}) \to f'(x) = \frac{6x+2}{3x^2+2x}$ $\frac{u'}{u}$

→ de façon évidente, $f'(x) > 0$ sur $[2 ; +\infty[$

et la fonction f est strictement croissante sur $[2 ; +\infty[$

2) a) on a $g(2) = f(2) - 2 = \ln(3 \times 2^2 + 2 \times 2) - 2 = \ln(16) - 2 \approx 0,77$

Donc la fonction g est strictement décroissante et continue sur $[2 ; +\infty[$

on a $g(2) = \ln(16) - 2 \approx \boxed{0,77}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \boxed{-\infty}$

et on a bien $0 \in]-\infty ; \ln(16) - 2]$

D'après le corollaire du TVI, l'équation $g(x) = 0$ a une unique solution α sur $[2 ; +\infty[$.

b) on obtient, avec la calculatrice, $4,04 < \alpha < 4,05$

et on pourra donner ici $\boxed{\alpha \approx 4,05}$

c) on en déduit le tableau de signes de g (qui est décroissante).

x	2 α $+\infty$
signes de $g(x)$	$+$ 0 $-$

Partie B

1) on notera que l'on $a_{n+1} = f(a_n)$

initialisation on nous donne directement $2 \leq a_0 \leq \alpha$

et la propriété est donc vérifiée au rang n

hérédité on suppose $2 \leq a_n \leq \alpha$

et on applique la fonction f qui est croissante et qui conserve l'ordre sur $[2 ; +\infty[$

on obtient $f(2) \leq f(a_n) \leq f(\alpha)$

$f(2) = \ln(16) \simeq 2,8$

on sait que $h(\alpha) = 0$

soit $f(\alpha) - \alpha = 0$

soit $f(\alpha) = 0$

c'est à dire $(2 \leq) \ln(16) \leq a_{n+1} \leq \alpha$

Donc la propriété reste vérifiée au rang $(n+1)$ et, d'après le principe de récurrence, elle sera vraie pour tout n.

2) Avec son tableau de signes, on sait que g sera positive sur $[2;\alpha]$ et on a ici $a_n \in [2;\alpha]$.
On en déduit $g(a_n) \geq 0 \to f(a_n) - a_n \geq 0$
soit $a_{n+1} - a_n \geq 0 \to a_{n+1} \geq a_n$

Donc la suite (a_n) est bien $\boxed{\text{croissante}}$

3) on sait, de plus, que (a_n) est et $\boxed{\text{majorée}}$ (car $a_n \leq \alpha$) et, avec le théorème de la convergence monotone, on en déduit que la suite (a_n) converge.

4) on a $a_{n+1} = f(a_n)$ avec (a_n) convergente et f continue
Donc, avec le théorème du point fixe, la limite ℓ de (a_n) va vérifier l'équation $f(\ell) = \ell$ c'est à dire $g(\ell) = 0$.
$\to$ la limite ℓ de la suite (a_n) correspond bien à $\boxed{\alpha}$.

Partie C

1) avec $a_0 = 2$ et la partie B, on sait que (a_n) est croissante et converge vers α.
et on nous donne (b_n) suite décroissante convergeant vers α
On aura donc : $a_n \leq \alpha$ et $b_n \geq \alpha$ pour tout n
soit $a_n \leq \alpha \leq b_n$ ou directement $\boxed{a_n \leq b_n}$, pour tout n

2) Le script effectuera ici ses instructions tant que la différence entre les termes b_n et a_n est supérieure à 10^{-p} (ce qui donnera ici $10^{-2} = 0{,}01$ avec algo(2))

a) Avec la calculatrice, on obtient :
$n = 9 \quad a \approx 4{,}044$ (cela correspond à a_9)

b) avec la valeur de a_9, on a une valeur approchée de α à 10^{-2} près (soit à $0{,}01$ près).
soit $\boxed{\alpha \approx 4{,}05}$ (car (a_n) est croissante et que l'on a $a_9 \approx 4{,}044 \to$ donc $\alpha > 4{,}044$!)

Exercice 4

Partie A Le signe de f'' donnera la concavité de f
Le signe de f' donnera les variations de f
Donc C_1 correspond à f
C_3 correspond à f'
C_2 correspond à f''

Partie B ① on calcule $g'(x)+g(x)$ et on vérifie que le résultat est bien égal à $(2x-3)e^{-x}$.

↳ on a $g(x) = \underbrace{(x^2-3x)}_{u} \times \underbrace{e^{-x}}_{v}$

et on obtient $g'(x) = \underbrace{(2x-3)}_{u'} \times \underbrace{e^{-x}}_{v} + \underbrace{(x^2-3x)}_{u} \times \underbrace{(-e^{-x})}_{v'}$

$$= e^{-x}(2x-3-(x^2-3x))$$
$$= e^{-x}(2x-3-x^2+3x)$$
$$= e^{-x}(-x^2+5x-3)$$

et donc $g'(x)+g(x) = e^{-x}(-x^2+5x-3)+(x^2-3x)e^{-x}$

$$= e^{-x}(\cancel{-x^2}+5x-3\cancel{+x^2}-3x)$$
$$= e^{-x}(2x-3) \to \boxed{OK}.$$

② $y'+y=0 \to y'=-y \to y(x)=Ce^{-x}$, avec $C \in \mathbb{R}$

③ L'ensemble des solutions de (E) est obtenu en faisant la somme d'une solution particulière de (E) (→ voir ①) et de la solution générale de $y'+y=0$ (→ voir ②)

on obtient $x \to Ce^{-x}+(x^2-3x)e^{-x}$, avec $C \in \mathbb{R}$

ou $x \to e^{-x}(x^2-3x+C)$, avec $C \in \mathbb{R}$

④ on cherche $f(x) = Ce^{-x}+(x^2-3x)e^{-x}$

avec $f(0)=2$ soit $C\underbrace{e^{-0}}_{1}+\underbrace{(0^2-3\times 0)e^{-0}}_{0\times 1}=2$

on obtient $C=2$ et donc $f(x) = 2e^{-x}+(x^2-3x)e^{-x}$

$$= e^{-x}(x^2-3x+2)$$

Partie C

② on a $e^{-x} > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

et $(x^2 - 3x + 2)$ est un trinôme qui a deux racines 1 et 2

↳ $a = 1$ (positif) donc courbe $\cup$ et signes $(+\ 0\ -\ 0\ +)$

on en déduit :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
signes de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

② en $-\infty$, on a $\underbrace{e^{-x}}_{+\infty}(\underbrace{x^2}_{+\infty}\underbrace{-3x}_{+\infty}+2) \to \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

en $+\infty$, on a $e^{-x}(x^2 - 3x + 2) = \underbrace{e^{-x}\times x^2}_{\downarrow\, 0} - \underbrace{3xe^{-x}}_{\downarrow\, 0} + \underbrace{2e^{-x}}_{\downarrow\, 0}$

(croissances comparées)

$\to \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \boxed{0}$

③ ⓐ on a $I = \int_0^1 \underbrace{e^{-x}}_{v'}(\underbrace{x^2 - 3x + 2}_{u})\,dx$

$= \Big[\underbrace{-e^{-x}}_{v}(\underbrace{x^2 - 3x + 2}_{u})\Big]_0^1 - \int_0^1 \underbrace{-e^{-x}}_{v}\times(\underbrace{2x-3}_{u'})\,dx$

$\to I = \left(-e^{-1}(\underbrace{1^2 - 3\times 1 + 2}_{=0}) - (-\underbrace{e^{-0}}_{=1}(\underbrace{0^2 - 3\times 0 + 2}_{=2}))\right) + \int_0^1 e^{-x}(2x-3)\,dx$

$\to I = 2 + \int_0^1 e^{-x}(2x-3)\,dx$

on note $J = \int_0^1 \underbrace{e^{-x}}_{v'}(\underbrace{2x-3}_{u})\,dx = \Big[\underbrace{-e^{-x}}_{v}(\underbrace{2x-3}_{u})\Big]_0^1 - \int_0^1 \underbrace{-e^{-x}}_{v}\times \underbrace{2}_{u'}\,dx$

↳ $J = \left(-e^{-1}(2\times 1 - 3) - (-e^{-0}(2\times 0 - 3))\right) + 2\int_0^1 e^{-x}\,dx$

$= e^{-1} - 3 + 2\left[-e^{-x}\right]_0^1$

$= e^{-1} - 3 + 2(-e^{-1} - (-e^{-0}))$

$= e^{-1} - 3 + 2(-e^{-1} + 1)$

$= e^{-1} - 3 - 2e^{-1} + 2 = -1 - e^{-1}$

On obtient donc $I = 2 - 1 - e^{-1} = 1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e}$

b) La fonction étant positive sur $[0;1]$, l'intégrale I va représenter l'aire "sous la courbe", c'est à dire l'aire entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites verticales d'équation $x=0$ et $x=1$.

Partie D

1) L'équation de (T_a) s'écrira : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

avec $f(x) = e^{-x}(x^2-3x+2)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -e^{-x}(x^2-3x+2) + e^{-x}(2x-3) \\ &= e^{-x}(-x^2+3x-2+2x-3) \\ &= e^{-x}(-x^2+5x-5) \end{aligned}$$

on obtient (T_a) : $y = e^{-a}(-a^2+5a-5)(x-a) + e^{-a}(a^2-3a+2)$

L'intersection avec l'axe des ordonnées correspond à $x=0$

↳ on obtient
$$\begin{aligned} y &= e^{-a}(-a^2+5a-5)(-a) + e^{-a}(a^2-3a+2) \\ &= e^{-a}(a^3-5a^2+5a+a^2-3a+2) \\ &= e^{-a}(a^3-4a^2+2a+2) \end{aligned}$$

2) on résout $e^{-a}(a^3-4a^2+2a+2) = 0$

$e^{-a} = 0$ impossible

↳ $a^3-4a^2+2a+2=0$

il y a un vrai raisonnement très long à faire ! c'est une "surprise" en fin d'épreuve !

on considère la fonction $h(x) = x^3-4x^2+2x+2$

↳ on a $h'(x) = 3x^2-8x+2$

on résout $h'(x)=0$ → $\Delta = 40 > 0$ → 2 racines

$x_1 = \dfrac{8-\sqrt{40}}{6} \approx 0,279$ et $x_2 = \dfrac{8+\sqrt{40}}{6} \approx 2,387$

on en déduit le tableau

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $h'(x)$		+	0	−	0	+	
variation de h	$-\infty$	↗	$\approx 2,3$	↘	$-2,4$	↗	$+\infty$

On constate que l'équation $h(x)=0$ a donc 3 solutions sur $\mathbb{R}$

(est-ce vraiment nécessaire d'appliquer trois fois le corollaire du TVI ? je ne pense pas ici...)

↳ il y a exactement 3 tangentes à $\mathcal{C}_f$ qui passent par l'origine.