Bac Spé Maths 2026
Voici la correction complète
du jour 2
pour le sujet Asie
Mercredi 10 Juin 2026

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

Partie A ① on a $f'(x) = \dfrac{1\times(2x-3)-(x-2)\times 2}{(2x-3)^2} = \dfrac{2x-3-2x+4}{(2x-3)^2} = \dfrac{1}{(2x-3)^2}$

Donc on a $f'(x) > 0$ pour $x \in]-\infty ; \frac{3}{2}[$

Donc la fonction f est bien strictement croissante sur $]-\infty ; \frac{3}{2}[$

on va maintenant calculer les limites !

$\boxed{\text{en } -\infty}$, on a une forme indéterminée et on factorise par x.

↳ $f(x) = \dfrac{\cancel{x}(1-\frac{2}{x})}{\cancel{x}(2-\frac{3}{x})}$ avec $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{x} = 0$

et on obtient bien $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{\frac{1}{2}}$

$\boxed{\text{en } \frac{3}{2}^-}$, on a $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}^-} x-2 = -\frac{1}{2}$ et $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}^-} 2x-3 = 0^-$ ⚠

et, par quotient des limites, on obtient $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

($\frac{\ell}{0}$ n'est pas une forme indéterminée pour les limites)

② La fonction f est donc strictement croissante sur $[0 ; 1]$

→ elle conserve donc l'ordre.

et si on part de $\boxed{0 \leq x \leq 1}$

on obtient $0 \leq \underbrace{f(0)}_{=\frac{2}{3}} \leq f(x) \leq \underbrace{f(1)}_{=1}$ soit $\boxed{0 \leq f(x) \leq 1}$

Partie B

② <u>initialisation</u> on a $U_0 = 0$ et $U_1 = \dfrac{0-2}{2\times 0-3} = \dfrac{2}{3}$

Donc on a bien $0 \leq U_0 \leq U_1 \leq 1$

<u>hérédité</u> on suppose $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 1$

et on applique la fonction f strictement croissante sur $[0 ; 1]$ et qui conserve l'ordre.

on obtient $f(0) \leq f(U_n) \leq f(U_{n+1}) \leq f(1)$

soit $(0 \leq)\ \frac{2}{3} \leq U_{n+1} \leq U_{n+2} \leq 1$

↳ la propriété reste bien vérifiée au rang $(n+1)$ et, d'après le principe de récurrence, elle sera vraie pour tout n.

② La suite (U_n) est donc $\boxed{\text{croissante}}$ (car $U_n \leq U_{n+1}$) et elle est $\boxed{\text{majorée}}$ (car $U_n \leq 1$) → la suite (U_n) est donc $\boxed{\text{convergente}}$ d'après le théorème de la convergence monotone.

③ on résout directement $f(x) = x$ → $\dfrac{x-2}{2x-3} = x$

soit $x - 2 = x(2x-3)$ ou $2x^2 - 4x + 2 = 0$

cette équation n'a qu'une seule solution ($\Delta = 0$) égale à 1 → on obtient bien $\boxed{\ell = 1}$

④ cet algorithme s'arrêtera dès que $u \geq 1 - 0,0001$ soit $u \geq 0,9999$

Donc, à partir du rang $n = 5000$, on aura les termes de la suite (U_n) qui seront supérieurs ou égal à $0,9999$.

⑤ ⓐ on a $U_0 = \boxed{0}$ $U_1 = \boxed{\dfrac{2}{3}}$ $U_2 = \dfrac{\frac{2}{3} - 2}{2 \times \frac{2}{3} - 3} = \boxed{\dfrac{4}{5}}$ $U_3 = \dfrac{\frac{4}{5} - 2}{2 \times \frac{4}{5} - 3} = \boxed{\dfrac{6}{7}}$

ⓑ d'une façon assez évidente (si on ne cherche pas une expression trop compliquée), on suppose que $U_n = \dfrac{2n}{2n+1}$

on va démontrer cette conjecture par récurrence.

<u>initialisation</u> on calcule $U_0 = \dfrac{2 \times 0}{2 \times 0 + 1} = \boxed{0}$

Donc on a bien $U_0 = \boxed{0}$

<u>hérédité</u> on suppose $U_n = \dfrac{2n}{2n+1}$

montrons que $U_{n+1} = \dfrac{2(n+1)}{2(n+1)+1} = \dfrac{2n+2}{2n+3}$

or on a $U_{n+1} = \dfrac{U_n - 2}{2U_n - 3} = \dfrac{\frac{2n}{2n+1} - 2}{2\left(\frac{2n}{2n+1}\right) - 3} = \dfrac{\frac{2n - 4n - 2}{\cancel{2n+1}}}{\frac{4n - 6n - 3}{\cancel{2n+1}}}$ $\qquad \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{b}} = \dfrac{a}{c}$

on obtient $U_{n+1} = \dfrac{-2n-2}{-2n-3} = \dfrac{2n+2}{2n+3}$

→ on a bien le résultat voulu et, d'après le principe de récurrence, on a $\boxed{U_n = \dfrac{2n}{2n+1}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2

Partie A

1. on a ici la répétition d'épreuves identiques et indépendantes ayant 2 issues possibles → on a donc une loi binomiale de paramètres $\boxed{n = 16}$ et $p = p(\text{réussite}) = \boxed{0,492}$

2. on calcule $E(X) = n \times p = 16 \times 0,492 = \boxed{7,872}$

→ le joueur peut "espérer" réussir une moyenne de 7,872 lancers sur les 16 lancers-francs tentés.

3. on a $P(X=5) = \binom{16}{5} \times p^5 \times (1-p)^{16-5} = \binom{16}{5} \times 0,492^5 \times (1-0,492)^{16-5}$

ou directement avec la calculatrice → $\boxed{P(X=5) \simeq 0,073}$

4. on cherche $P(X \geq 6) \simeq \boxed{0,883}$ (directement avec la NUMWORKS)

ou on passe par $p(X \geq 6) = 1 - p(X \leq 5) \simeq \boxed{0,883}$ (avec la Ti-83)

Partie B

1. Avec 3 lancers francs tentés, les valeurs possibles de Y sont :

$$0 \; ; \; 1 \; ; \; 2 \; ; \; 3$$

2. On a $p(Y=2) = \underbrace{\binom{3}{2}}_{=3} \times p^2 \times \underbrace{(1-p)^{3-2}}_{=(1-p)^1 = (1-p)} = \boxed{3p^2(1-p)}$

3. on calcule $p(Y=0) = \underbrace{\binom{3}{0}}_{=1} \times \underbrace{p^0}_{=1} \times (1-p)^3 = (1-p)^3$

$$p(Y=1) = \underbrace{\binom{3}{1}}_{=3} \times p^1 \times (1-p)^{3-1} = 3p(1-p)^2$$

et $p(Y=3) = \underbrace{\binom{3}{3}}_{=1} \times p^3 \times \underbrace{(1-p)^{3-3}}_{=(1-p)^0 = 1} = p^3$

On en déduit la loi de probabilité de Y :

y_i	0	1	2	3
p_i	$(1-p)^3$	$3p(1-p)^2$	$3p^2(1-p)$	p^3

4. on a $p(Y \geq 2) = p(Y=2) + p(Y=3)$

$$= 3p^2(1-p) + p^3$$

$$= 3p^2 - 3p^3 + p^3 = \boxed{-2p^3 + 3p^2}$$

5 a On a $f(x) = -2x^3 + 3x^2$

$\hookrightarrow f'(x) = -2\times 3x^2 + 3\times 2x = -6x^2 + 6x$

On résout $f'(x) = 0$ en calculant le discriminant Δ

ou en remarquant que $-6x^2+6x = x(-6x+6)$

on obtient deux racines $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$.

avec un trinôme qui a un coefficient -6 négatif et qui aura comme signes $-\ 0\ +\ 0\ -$

{ donc positif entre les racines

On obtient :

On a $f(0) = -2\times 0^3 + 3\times 0^2 = \boxed{0}$

et $f(1) = -2\times 1^3 + 3\times 1^2 = \boxed{1}$

x	0		1
signes de $f'(x)$	0	$+$	0
variations de f	0	$\nearrow$	1

b La fonction f est strictement croissante et continue sur $[0;1]$

On a $f(0) = \boxed{0}$ et $f(1) = \boxed{1}$.

Le nombre $0{,}9$ appartient bien à l'intervalle image $[0;1]$

et, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 0{,}9$ admet une unique solution sur $[0;1]$ notée α.

c Avec la calculatrice, on obtient $\boxed{0{,}80 < \alpha < 0{,}81}$

d Il faut que la probabilité p (probabilité que le joueur réussisse son lancer-franc) soit comprise entre 80% et 81% pour que la probabilité d'en réussir au moins 2 sur 3 lancers-francs tentés soit égale à 90%.

Exercice 3

① ⓐ il faut montrer ici que les points A, B et C ne sont pas alignés.

on a $\vec{AB}\begin{pmatrix}-1-1\\3-2\\1-3\end{pmatrix} \to \vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}2-1\\1-2\\6-3\end{pmatrix} \to \vec{AC}\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$

on peut calculer, par exemple, $1:(-2)=-0{,}5$ et $-1:1=-1 \neq -0{,}5$

Donc les coordonnées ne sont pas proportionnelles.

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A, B et C ne sont pas alignés → ils définissent donc un plan.

ⓑ on va montrer que $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ non colinéaires du plan (ABC).

on calcule $\vec{n}\cdot\vec{AB} = \begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix} = 1\times(-2)+4\times 1+1\times(-2) = \boxed{0} \to \vec{n}\perp\vec{AB}$

et $\vec{n}\cdot\vec{AC} = \begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix} = 1\times 1+4\times(-1)+1\times 3 = \boxed{0} \to \vec{n}\perp\vec{AC}$

Donc $\vec{n}$ est bien un vecteur normal au plan (ABC)

ⓒ Les coordonnées $(1;4;1)$ du vecteur $\vec{n}$ représentent alors les coefficients a, b et c de l'équation cartésienne du plan

→ on obtient donc $\underset{a}{1}x+\underset{b}{4}y+\underset{c}{1}z+d=0 \to \boxed{x+4y+z+d=0}$

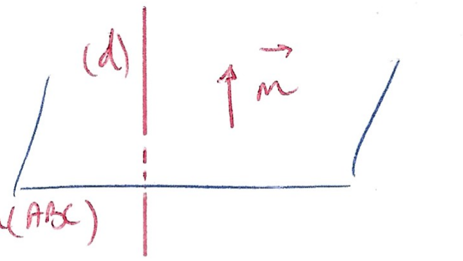
on utilise, par exemple, le point A qui appartient au plan (ABC)

→ on a $\underset{x_A}{1}+4\times\underset{y_A}{2}+\underset{z_A}{3}+d=0 \to 12+d=0$

$\to d=-12$

On obtient donc pour le plan (ABC) : $\boxed{x+4y+z-12=0}$

② ⓐ La droite (d) aura un vecteur directeur qui va correspondre au vecteur normal $\vec{n}$ du plan (ABC).



on aura, pour (d) : $\begin{cases} x = \boxed{3}+\boxed{1}\times t \\ y = \boxed{-2}+\boxed{4}\times t \\ z = \boxed{-1}+\boxed{1}\times t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ soit $\boxed{\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+4t \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}}$

point D   vecteur directeur de (d)

ⓑ ce point H représente en fait le point d'intersection de la droite (d) avec le plan (ABC).

→ on "met" les coordonnées de l'équation paramétrique de la droite dans l'équation cartésienne du plan.

On a : $(3+t)+4(-2+4t)+(-1+t)-12=0$

$$18t-18=0 \rightarrow t=\frac{18}{18}=\boxed{1}$$

Les coordonnées du point H sont donc $\begin{pmatrix} x=3+1 \\ y=-2+4\times 1 \\ z=-1+1 \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}}$

c) cette distance entre D et (ABC) est égale à DH.

On a $DH=\sqrt{(x_H-x_D)^2+(y_H-y_D)^2+(z_H-z_D)^2}$

$$=\sqrt{(4-3)^2+(2-(-2))^2+(0-(-1))^2}=\sqrt{1^2+4^2+1^2}$$

on a donc $\boxed{DH=\sqrt{18}} \rightarrow \boxed{DH=3\sqrt{2}}$

3) a) on sait que $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})$

avec $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}=-2\times1+1\times(-1)+(-2)\times3=-9$

$AB=\sqrt{(-2)^2+1^2+(-2)^2}=\boxed{\sqrt{9}}$ et $AC=\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}=\boxed{\sqrt{11}}$

On en déduit $-9=\underbrace{\sqrt{9}}_{=3}\times\sqrt{11}\times\cos(\widehat{BAC})$

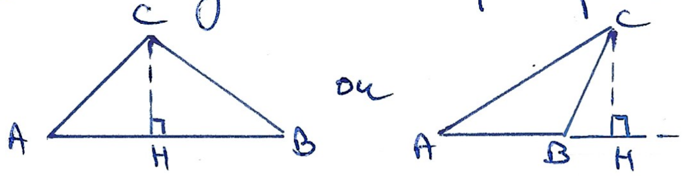
$\rightarrow$ on a donc $\cos(\widehat{BAC})=\dfrac{-9}{3\sqrt{11}}=-\dfrac{3}{\sqrt{11}}=\boxed{\dfrac{-3\sqrt{11}}{11}}$

b) on utilise la relation $\cos^2(\widehat{BAC})+\sin^2(\widehat{BAC})=1$

soit $\sin^2(\widehat{BAC})=1-\left(-\dfrac{3\sqrt{11}}{11}\right)^2=1-\dfrac{9}{11}=\dfrac{2}{11}$

$\rightarrow \boxed{\sin(\widehat{BAC})=\sqrt{\dfrac{2}{11}}}$

c) on va faire un croquis pour ce triangle ABC :



dans les deux cas, on a un triangle AHC rectangle en H, et on a :

$\sin(\widehat{BAC})=\dfrac{opp}{hyp}=\dfrac{CH}{AC}$

or on a $Aire_{ABC}=\dfrac{Base\times Hauteur}{2}=\dfrac{AB\times CH}{2}=\dfrac{\overset{AB}{3}\times\overset{AC}{\sqrt{11}}\times\sin(\widehat{BAC})}{2}$

$\rightarrow Aire_{ABC}=\dfrac{3\times\sqrt{11}\times\sqrt{\frac{2}{11}}}{2}=\boxed{\dfrac{3\sqrt{2}}{2}}$ u.a.

4) on peut prendre ABC comme base de la pyramide et la hauteur sera donc égale à DH.

$\hookrightarrow$ On a $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\times Aire_{ABC}\times DH=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\times3\sqrt{2}=\boxed{3}$ u.v.

Exercice 4

1) on utilise les formules générales $(u^5)' = 5u^4 \times u'$
et $(u^4)' = 4u^3 \times u'$.

on obtient $f'(x) = 5\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^4$

et $f''(x) = -\frac{5}{\cancel{2}} \times \cancel{4} \times \left(-\frac{1}{2}x+3\right)^3 \times \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right) = 5\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^3$

or la fonction "cube" $\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^3$ est du signe de la fonction affine $\left(-\frac{1}{2}x+3\right)$ qui sera du type $(+ \ 0 \ -)$

coefficient négatif

on a $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+3 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ et on aura donc

$f''(x) \leq 0$ pour $x \geq 6$ → fonction CONCAVE pour $x \geq 6$

→ $\boxed{\text{FAUSSE}}$

2) Le nombre total de tirages est $\binom{32}{5} = \boxed{201\ 376}$.

On va maintenant dénombrer le nombre de tirages SANS multiple de 8

→ c'est comme si on enlevait les jetons 8 ; 16 ; 24 et 32 et que l'on tirait les 5 jetons parmi les 28 restants

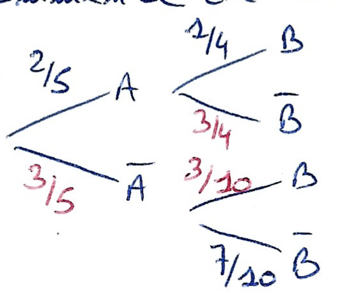
c'est à dire $\binom{28}{5} = \boxed{98\ 280}$

Donc le nombre de tirages avec au moins un multiple de 8 sera :

↳ nombre total $\boxed{-}$ nombre de tirages SANS multiple de 8

$= 201\ 376 \ \boxed{-} \ 98\ 280 = \boxed{103\ 096}$ → $\boxed{\text{VRAIE}}$

3) on commence en complétant l'arbre de probabilité



↳ on cherche $p_B(\bar{A}) = \dfrac{p(B \cap \bar{A})}{p(B)}$

on calcule $p(B \cap \bar{A}) = p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{10} = \boxed{\frac{9}{50}}$

et on utilise la formule des probabilités totales pour $p(B)$.

On obtient $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{10} = \boxed{\frac{14}{50}}$

On obtient : $p_B(\bar{A}) = \dfrac{\frac{9}{50}}{\frac{14}{50}} = \boxed{\dfrac{9}{14}} \neq \boxed{\dfrac{9}{50}} \rightarrow$ $\boxed{\text{FAUSSE}}$

$\boxed{4}$ on calcule $h'(x) + h(x)$ et on vérifie si le résultat obtenu correspond bien à l'expression $e^{-x}\cos x$.

On a $h(x) = \underbrace{e^{-x}}_{u} \times \underbrace{\sin(x)}_{v}$

et on obtient $h'(x) = \underbrace{-e^{-x}}_{u'} \times \underbrace{\sin(x)}_{v} + \underbrace{e^{-x}}_{u} \times \underbrace{\cos x}_{v'}$

On a donc $h'(x) + h(x) = -\cancel{e^{-x}\sin(x)} + e^{-x}\cos(x) + \cancel{e^{-x}\sin(x)}$

$= e^{-x}\cos(x) \longrightarrow$ $\boxed{\text{VRAIE}}$

$\boxed{5}$ L'affirmation précédente nous permet de connaître une solution particulière de (E).

Il nous reste à déterminer les solutions générales de l'équation homogène $y' + y = 0$

c'est à dire $y' = -y$.

On obtient les fonctions de la forme $x \rightarrow Ce^{-x}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Par addition, on obtient les solutions de (E) :

$$\underbrace{Ce^{-x}}_{\text{solution générale de } y'+y=0} + \underbrace{e^{-x}\sin(x)}_{\text{solution particulière de (E)}}, \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

↳ et on obtient $\boxed{x \rightarrow e^{-x}(C + \sin(x))}$ avec $C \in \mathbb{R}$

Les fonctions $x \rightarrow Ce^{-x}\sin(x)$ et $x \rightarrow e^{-x}(C + \sin(x))$ ne sont pas égales : par exemple, pour $x = 0$, on obtient comme résultat $\boxed{0}$ pour la première et $\boxed{C}$ pour la deuxième.

$\rightarrow$ l'affirmation est donc $\boxed{\text{FAUSSE}}$