Exercice 2

Partie A

1. On a ici la répétition d'épreuves identiques et indépendantes ayant 2 issues possibles → on a donc une loi binomiale de paramètres $\boxed{n = 16}$ et $p = p(\text{réussite}) = \boxed{0{,}492}$

2. On calcule $E(X) = n \times p = 16 \times 0{,}492 = \boxed{7{,}872}$

→ le joueur peut "espérer" réussir une moyenne de 7,872 lancers sur les 16 lancers-francs tentés.

3. On a $P(X=5) = \binom{16}{5} \times p^5 \times (1-p)^{16-5} = \binom{16}{5} \times 0{,}492^5 \times (1-0{,}492)^{16-5}$

ou directement avec la calculatrice → $\boxed{P(X=5) \simeq 0{,}073}$

4. On cherche $P(X \geq 6) \simeq \boxed{0{,}883}$ (directement avec la NUMWORKS)

ou on passe par $p(X \geq 6) = 1 - p(X \leq 5) \simeq \boxed{0{,}883}$ (avec la Ti-83)

Partie B

1. Avec 3 lancers francs tentés, les valeurs possibles de Y sont :

$0 \; ; \; 1 \; ; \; 2 \; ; \; 3$

2. On a $p(Y=2) = \underbrace{\binom{3}{2}}_{=3} \times p^2 \times \underbrace{(1-p)^{3-2}}_{=(1-p)^1 = (1-p)} = \boxed{3p^2(1-p)}$

3. On calcule $p(Y=0) = \underbrace{\binom{3}{0}}_{=1} \times \underbrace{p^0}_{=1} \times (1-p)^3 = (1-p)^3$

$p(Y=1) = \underbrace{\binom{3}{1}}_{=3} \times p^1 \times (1-p)^{3-1} = 3p(1-p)^2$

et $p(Y=3) = \underbrace{\binom{3}{3}}_{=1} \times p^3 \times \underbrace{(1-p)^{3-3}}_{=(1-p)^0 = 1} = p^3$

On en déduit la loi de probabilité de Y :

y_i	0	1	2	3
p_i	$(1-p)^3$	$3p(1-p)^2$	$3p^2(1-p)$	p^3

4. On a $p(Y \geq 2) = p(Y=2) + p(Y=3)$

$= 3p^2(1-p) + p^3$

$= 3p^2 - 3p^3 + p^3 = \boxed{-2p^3 + 3p^2}$

3 a On a $f(x) = -2x^3 + 3x^2$

$\hookrightarrow f'(x) = -2 \times 3x^2 + 3 \times 2x = -6x^2 + 6x$

On résout $f'(x) = 0$ en calculant le discriminant Δ

ou en remarquant que $-6x^2 + 6x = x(-6x+6)$

on obtient deux racines $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$.

avec un trinôme qui a un coefficient -6 négatif et qui

aura comme signes $- \; 0 \; + \; 0 \; -$

{ donc positif entre les racines

On obtient :

On a $f(0) = -2 \times 0^3 + 3 \times 0^2$
$= \boxed{0}$

et $f(1) = -2 \times 1^3 + 3 \times 1^2$
$= \boxed{1}$

x	0		1
signes de $f'(x)$	0	$+$	0
variations de f	0	$\nearrow$	1

b La fonction f est strictement croissante et continue sur $[0;1]$

On a $f(0) = \boxed{0}$ et $f(1) = \boxed{1}$.

Le nombre $0,9$ appartient bien à l'intervalle image $[0;1]$

et, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 0,9$

admet une unique solution sur $[0;1]$ notée α.

c Avec la calculatrice, on obtient $\boxed{0,80 < \alpha < 0,81}$

d Il faut que la probabilité p (probabilité que le joueur réussisse son lancer-franc) soit comprise entre 80% et 81% pour que la probabilité d'en réussir au moins 2 sur 3 lancers-francs tentés soit égale à 90%.