Bac Spé Maths 2026

Voici la correction complète

du jour 1

pour le sujet Antilles Guyane

Mardi 16 Juin 2026

Correction proposée par

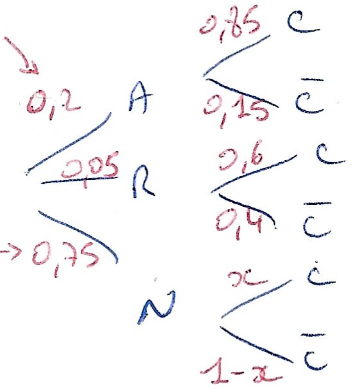
Bruno Swiners

www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

Partie A

1) on obtient l'arbre suivant



$1-(0{,}2+0{,}05) \longrightarrow 0{,}75$

2) on cherche $p(A\cap C) = p(A)\times p_A(C)$
$= 0{,}2\times 0{,}85 = \boxed{0{,}17}$

3) on sait que $p(C) = \boxed{0{,}35}$ et, avec la formule des probabilités totales, on a : $p(C) = p(A\cap C) + p(R\cap C) + p(N\cap C)$

soit $0{,}35 = 0{,}17 + \underbrace{0{,}05\times 0{,}6}_{0{,}03} + 0{,}75\times x$

soit $0{,}75x = 0{,}35 - 0{,}20$

$x = \dfrac{0{,}15}{0{,}75} = \boxed{0{,}2}$

on remplace x par 0,2.

4) on cherche $p_C(N) = \dfrac{p(N\cap C)}{p(C)} = \dfrac{0{,}75\times 0{,}2}{0{,}35} = \boxed{\dfrac{3}{7}} \approx \boxed{0{,}43}$

Partie B

1) a) on aura

k	0	10	16
p_k	0,20	0,05	0,75

$p(A)$ $p(R)$ $p(N)$

b) on a $E(X) = \sum_k k\times p_k = 0\times 0{,}20 + 10\times 0{,}05 + 16\times 0{,}75$
$= 0 + 0{,}5 + 12 = \boxed{12{,}5}$

et $V(X) = \sum_k p_k\times(k-E(X)) = 0{,}20\times(0-12{,}5)^2 + 0{,}05\times(10-12{,}5)^2 + 0{,}75\times(16-12{,}5)^2$

$\hookrightarrow V(X) = \boxed{40{,}75}$

2) a) on a $E(S) = E(X_1+\dots+X_{12}) = E(X_1)+\dots+E(X_{12})$

linéarité de l'espérance

$\hookrightarrow E(S) = 12\times E(X) = 12\times 12{,}5 = \boxed{150}$

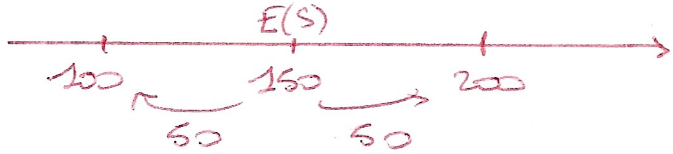
et on a $V(S) = V(X_1+\dots+X_{12}) = V(X_1)+\dots+V(X_{12})$

les variables sont indépendantes

$\hookrightarrow V(S) = 12\times V(X) = 12\times 40{,}75 = \boxed{489}$

b) on va s'intéresser ici à $P(100 < S < 200)$.

or, avec $E(S) = 150$, on sait que $100 < S < 200$ correspond à $|S - 150| < 50$ soit $|S - E(S)| < 50$



En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P(|S - E(S)| \geq 50) \leq \frac{V(S)}{50^2}$$

soit $P(|S - 150| \geq 50) \leq \frac{489}{50^2}$

c'est à dire $1 - P(|S - 150| < 50) \leq \frac{489}{50^2}$

on obtient : $P(|S - 150| < 50) \geq \underbrace{1 - \frac{489}{50^2}}_{= 0,8044} > 0,80$

Donc la probabilité souhaitée est bien supérieure à 0,80 (c'est à dire 80%).

Exercice 2

Partie A

1) on peut directement connaître les solutions du type $y' = ay + b$ ou on peut utiliser un résultat du cours sur la somme de la solution générale de l'équation homogène $y' = ay$ avec une solution particulière de (E).

on obtient $\left\{ t \to Ae^{-\frac{3t}{10}} + \frac{10}{3},\ \text{avec } A \in \mathbb{R} \right\}$

2) on aura $q(t) = Ae^{-\frac{3t}{10}} + \frac{10}{3}$ et $q(0) = 1$

soit $A\underbrace{e^{-\frac{3\times 0}{10}}}_{=1} + \frac{10}{3} = 1 \to A = 1 - \frac{10}{3} = -\frac{7}{3}$

on en déduit $\boxed{q(t) = -\frac{7}{3}e^{-\frac{3t}{10}} + \frac{10}{3}}$

3) on a $\lim_{t\to+\infty}\left(-\frac{3}{10}t\right) = -\infty \to \lim_{t\to+\infty} e^{-\frac{3t}{10}} = 0$ et $\lim_{t\to+\infty} q(t) = \boxed{\frac{10}{3}}$

À terme, la quantité de médicament se rapprochera de $\frac{10}{3}$ mg.

4) on a $q(t) = -\frac{7}{3}e^{-\frac{3t}{10}} + \frac{10}{3} \to q'(t) = -\frac{7}{3}\times\left(-\frac{3}{10}e^{-\frac{3t}{10}}\right) = \frac{7}{10}e^{-\frac{3t}{10}}$

or on a $e^{-\frac{3t}{10}} > 0$ pour tout t → on a $q'(t) > 0$ pour tout t et la fonction q est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

5) on va résoudre ici $q(t) \geq 3 \to -\frac{7}{3}e^{-\frac{3t}{10}} + \frac{10}{3} \geq 3$

on obtient $-\frac{7}{3}e^{-\frac{3t}{10}} \geq -\frac{1}{3}$ soit $e^{-\frac{3t}{10}} \leq \frac{1}{7} \leftarrow \left(-\frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{7}{3}\right)$

$\left(3 - \frac{10}{3}\right)$

inversion avec la division par le nombre négatif $\left(-\frac{7}{3}\right)$

En appliquant la fonction ln qui est croissante (et qui conserve l'ordre), on obtient $\ln\left(e^{-\frac{3t}{10}}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{7}\right) = \ln(1) - \ln(7) = -\ln(7)$

soit $-\frac{3}{10}t \leq -\ln(7)$

soit $t \geq \frac{10\ln(7)}{3}$

nouvelle inversion avec la division par le nombre négatif $\left(-\frac{3}{10}\right)$.

on obtient un temps égal à $\frac{10\ln(7)}{3}$ h soit environ $\boxed{6{,}5\text{h}}$

6) Le traitement doit durer 7h ($> 6{,}5$h) et il y aura donc un risque pour le patient avec ce protocole.

Partie B

1) on a une baisse de 30% soit la multiplication par le coefficient $\left(1-\frac{30}{100}\right)=0{,}7$ $\boxed{\text{et}}$ un ajout de 0,75 mg.

on obtient bien $U_{n+1}=0{,}7U_n+0{,}75$

2) a) initialisation on a $U_0=1$ et $U_1=0{,}7\times U_0+0{,}75=0{,}7\times 1+0{,}75=1{,}45$

Donc on a bien $U_0\leqslant U_1\leqslant 4$

$\rightarrow$ la propriété est vraie au rang 0

hérédité on suppose $U_n\leqslant U_{n+1}\leqslant 4$

$\rightarrow 0{,}7U_n\leqslant 0{,}7U_{n+1}\leqslant \overbrace{0{,}7\times 4}^{=2{,}8}$

on obtient $0{,}7U_n+0{,}75\leqslant 0{,}7U_{n+1}+0{,}75\leqslant 2{,}8+0{,}75$

c'est à dire $U_{n+1}\leqslant U_{n+2}\leqslant 3{,}55\ (\leqslant 4)$

Donc la propriété supposée vraie au rang n reste vraie au rang (n+1) et, en appliquant le principe de récurrence, elle est donc vraie pour tout n.

b) La suite (U_n) est $\boxed{\text{croissante}}$ (car $U_n\leqslant U_{n+1}$) et $\boxed{\text{majorée}}$ (car $U_n\leqslant 4$).
Elle donc convergente d'après le théorème de la convergence monotone.

c) on a $U_{n+1}=0{,}7U_n+0{,}75$ avec (U_n) convergente vers ℓ.
Par passage à la limite, on obtient l'équation :
$\ell=0{,}7\ell+0{,}75\rightarrow 0{,}3\ell=0{,}75\rightarrow \ell=\frac{0{,}75}{0{,}3}=\boxed{2{,}5}$

d) pas de risque pour le patient ici car la suite est croissante et elle converge vers 2,5 $\rightarrow$ elle ne dépassera jamais $\boxed{3}$ mg.

3) a) on a $\boxed{V_{n+1}}=U_{n+1}-2{,}5=0{,}7U_n+0{,}75-2{,}5$
$=0{,}7U_n-1{,}75$
$=0{,}7\left(U_n-\frac{1{,}75}{0{,}7}\right)=0{,}7(\underbrace{U_n-2{,}5}_{V_n})$

On a donc $V_{n+1}=0{,}7V_n\rightarrow$ suite géométrique de raison 0,7 et de premier terme $V_0=U_0-2{,}5$
$=1-2{,}5=-1{,}5$

b) on applique la formule des suites géométriques.
$V_n=V_0\times q^{(n-0)}=-1{,}5\times 0{,}7^n$

et puisque $V_n = U_n - 2{,}5$, on en déduit :

$$U_n = V_n + 2{,}5 \longrightarrow \boxed{U_n = -1{,}5 \times 0{,}7^n + 2{,}5}$$

4 on résout l'inéquation $U_n > 2{,}4$

soit $-1{,}5 \times 0{,}7^n + 2{,}5 > 2{,}4$

on obtient $-1{,}5 \times 0{,}7^n > -0{,}1$ $= 2{,}4 - 2{,}5$

$$0{,}7^n < \frac{-0{,}1}{-1{,}5}$$

inversion avec la division par un nombre négatif $(-1{,}5)$

on applique la fonction ln qui est croissante (et qui conserve l'ordre).

on obtient $\ln(0{,}7)^n < \ln\left(\frac{-0{,}1}{-1{,}5}\right) = \ln\left(\frac{1}{15}\right) = \ln(1) - \ln(15) = -\ln 15$

c'est à dire $n \times \ln(0{,}7) < -\ln(15)$

soit $n > \frac{-\ln(15)}{\ln(0{,}7)}$

nouvelle inversion avec la division par le nombre négatif $\ln(0{,}7)$.

on a $-\frac{\ln(15)}{\ln(0{,}7)} \simeq 7{,}59$

et, donc, au bout de 8 injections supplémentaires, la quantité de médicament dépassera 2,4 mg.

Exercice 3

1 on doit vérifier que $\overrightarrow{SA}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC).

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1-2\\ \sqrt{2}-\sqrt{2}\\ 0-(-1)\end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{AB}}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2-2\\0-\sqrt{2}\\-1-(-1)\end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{AC}}\begin{pmatrix}0\\-\sqrt{2}\\0\end{pmatrix}$

et il est évident que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires
(on a $0:(-1)=0$ et $-\sqrt{2}:0=$ impossible !).

on a aussi $\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix}2-(-1)\\ \sqrt{2}-\sqrt{2}\\ -1-(-4)\end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\overrightarrow{SA}}\begin{pmatrix}3\\0\\3\end{pmatrix}$

on calcule $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}3\\0\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} = 3\times(-1)+0\times 0+3\times 1 = \boxed{0}$

et $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}3\\0\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\-\sqrt{2}\\0\end{pmatrix} = 3\times 0+0\times(-\sqrt{2})+3\times 0 = \boxed{0}$

Donc on a bien $\overrightarrow{SA}\perp\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{SA}\perp\overrightarrow{AC}$

↳ $\overrightarrow{SA}$ est bien normal à (ABC) $\longrightarrow$ **VRAIE**

2 on a $\overrightarrow{SB}\begin{pmatrix}1-(-1)\\ \sqrt{2}-\sqrt{2}\\ 0-(-4)\end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{SB}\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix}$

et on obtient une représentation paramétrique de (SB).

$$(SB)\ \begin{cases} x = \boxed{1} + \boxed{2}\times k' \\ y = \boxed{\sqrt{2}} + \boxed{0}\times k' \\ z = \boxed{0} + \boxed{4}\times k' \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = 1+2k' \\ y = \sqrt{2} \\ z = 4k' \end{cases}$$

point B — vecteur $\overrightarrow{SB}$ directeur pour (SB)

on résout alors le système d'équations entre d et (SB)

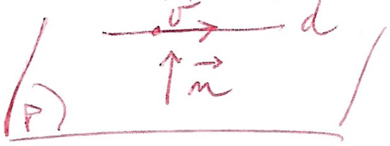
$$\begin{cases} 2-k = 1+2k' \\ \sqrt{2}k = \sqrt{2} \\ -1-k = 4k' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2-1 = 1+2k' \\ k=1 \\ -1-1 = 4k' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k' = \frac{0}{2} = 0 \\ k = 1 \\ k' = -\frac{2}{4} = -0{,}5 \end{cases}$$

Donc le système n'a pas de solutions car on obtient deux valeurs différentes pour le paramètre k'.

Donc les droites (SB) et d ne sont pas sécantes

$\longrightarrow$ **FAUSSE**

3) La droite d sera parallèle au plan P si un vecteur directeur de cette droite est orthogonal à un vecteur normal au plan P



Avec la représentation paramétrique de d, on a $\vec{v_d}\begin{pmatrix}-1\\ \sqrt{2}\\ -1\end{pmatrix}$

et avec l'équation cartésienne de P, on a $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$

on calcule $\vec{v_d}\cdot\vec{n} = \begin{pmatrix}-1\\ \sqrt{2}\\ -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix} = (-1)\times 1 + \sqrt{2}\times 0 + (-1)\times(-1) = \boxed{0}$

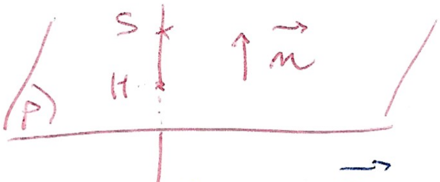
et on a bien $\vec{v_d} \perp \vec{n}$ → d est parallèle au plan P.

→ $\boxed{\text{VRAIE}}$

4) condition n° 1 : le point H appartient-il bien au plan P ?

→ on calcule $\underbrace{-3}_{x_H} - \underbrace{(-2)}_{z_H} + 1 = \boxed{0}$ → $H \in P$.

condition n° 2 : le vecteur $\vec{SH}$ est-il bien orthogonal au plan P ?



on doit donc vérifier si $\vec{SH}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires.

on a $\vec{SH}\begin{pmatrix}-3-(-1)\\ \sqrt{2}-\sqrt{2}\\ -2-(-4)\end{pmatrix}$ → $\vec{SH}\begin{pmatrix}-2\\ 0\\ 2\end{pmatrix}$ et on a $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$

→ on constate que $\vec{SH} = -2\vec{n}$ et les vecteurs sont bien colinéaires.

<u>Donc</u> les deux conditions sont remplies et l'affirmation est $\boxed{\text{VRAIE}}$

Exercice 4

Partie A

1) Le nombre dérivé $f'(1)$ est égal au coefficient directeur de la tangente au point A d'abscisse 1.

On a $f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-0}{0-1} = \frac{-2}{-1} = 2 \rightarrow \boxed{f'(1) = 2}$

2) Le point A semble être un point d'inflexion avec la fonction f qui deviendrait convexe sur $[1 ; +\infty[$.

→ la fonction $\boxed{\text{n'est pas}}$ concave sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$.

3) $\boxed{f''(1) = 0}$ car le point A semble être un point d'inflexion.

Partie B 1) On a $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} (2x-1) = 0^+ \rightarrow \lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} \ln(2x-1) = -\infty$

et, par produit, $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} x\ln(2x-1) = \boxed{-\infty}$.

↳ La courbe $\mathcal{C}$ admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = \frac{1}{2}$.

2) On résout l'équation $x\ln(2x-1) = 0$

On reconnait une équation produit nul.

$x = 0$ impossible sur $]\frac{1}{2} ; +\infty[$

$\ln(2x-1) = 0 (= \ln 1)$

$2x - 1 = 1$

$x = \frac{2}{2} = \boxed{1}$

→ On obtient $S = \{1\}$

3) a) On a $(\ln(2x-1))' = \frac{1}{2x-1} \times 2 = \frac{2}{2x-1}$ $\quad (\ln u)' = \frac{1}{u} \times u'$

et on a $\left(\frac{2x}{2x-1}\right)' = \frac{\overset{u'}{2} \times \overset{v}{(2x-1)} - \overset{u}{2x} \times \overset{v'}{2}}{(2x-1)^2} \Big/ v^2 = \frac{\cancel{4x} - 2 - \cancel{4x}}{(2x-1)^2} = \frac{-2}{(2x-1)^2}$

On obtient donc $f''(x) = \frac{2}{2x-1} + \frac{-2}{(2x-1)^2} = \frac{2(2x-1)-2}{(2x-1)^2} = \frac{4x-4}{(2x-1)^2}$

soit $f''(x) = \frac{4(x-1)}{(2x-1)^2}$

b) On a, de façon évidente, $f''(x) \geq 0$ sur $[1 ; +\infty[$

et $f''(x) \leq 0$ sur $]\frac{1}{2} ; 1]$

avec $f''(1) = 0$

Donc la fonction f est concave sur $]\frac{1}{2};1]$ et convexe sur $[1;+\infty[$ avec un point d'inflexion au point A d'abscisse 1 (et ce point A correspond bien à l'intersection entre $\mathscr{C}$ et l'axe des abscisses).

4 a) sur $[1;2]$, on a $x \geq 1$ soit $2x \geq 2$ et $2x-1 \geq 1$
$\rightarrow \ln(2x-1) \geq 0$

Avec $x > 0$, on a bien $f(x) = x\ln(2x-1) \geq 0$ sur $[1;2]$

b) on a $\displaystyle\int_1^2 \frac{x^2}{x^2-1}dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \times \frac{2}{2x-1}\right)dx$

$$= \Big[\frac{1}{2}\times\frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}\underbrace{\ln(2x-1)}_{\uparrow \text{primitive de } \frac{2}{2x-1}}\Big]_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{2^2}{2} + \frac{1}{4}\times 2 + \frac{1}{8}\times\ln(2\times2-1) - \Big(\frac{1}{2}\times\frac{1^2}{2} + \frac{1}{4}\times 1 + \frac{1}{8}\times\underbrace{\ln(2\times1-1)}_{=\ln(1)=0}\Big)$$

$$= 1 + \cancel{\frac{1}{2}} + \frac{1}{8}\ln(3) - \Big(\cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{4}} + 0\Big) = \boxed{1 + \frac{1}{8}\ln(3)}$$

c) La fonction f est positive sur $[1;2]$.

Donc on a $\displaystyle A = \int_1^2 f(x)\,dx = \int_1^2 \underbrace{x}_{u'} \times \underbrace{\ln(2x-1)}_{v}\,dx$

$$= \Big[\underbrace{\frac{x^2}{2}}_{u} \times \underbrace{\ln(2x-1)}_{v}\Big]_1^2 - \underbrace{\int_1^2 \underbrace{\frac{x^2}{\cancel{2}}}_{u} \times \underbrace{\frac{\cancel{2}}{2x-1}}_{v'}dx}_{\text{c'est le résultat du b)}}$$

on obtient $A = \frac{2^2}{2}\times\ln(2\times2-1) - \frac{1^2}{2}\times\underbrace{\ln(2\times1-1)}_{=\ln(1)=0} - \left(1 + \frac{1}{8}\ln(3)\right)$

soit $A = 2\ln(3) - 1 - \frac{1}{8}\ln(3) = \boxed{\frac{15}{8}\ln(3) - 1}$ u.a.

Partie C

1) Le signe de $f''_a(x)$ ne dépend que du signe de $(ax-2)$.

on aura $ax-2=0$ pour $x = \frac{2}{a}$ et $ax-2 > 0$ pour $x > \frac{2}{a}$

Donc $f''_a(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{a}$ $\rightarrow$ il y a aura un unique point d'inflexion pour $\mathscr{C}_a$ (la fonction f_a sera convexe sur $[\frac{2}{a};+\infty[$ et concave sur $]\frac{1}{a};\frac{2}{a}]$).

on calcule $f_a\left(\frac{2}{a}\right) = \frac{2}{a}\times\ln\left(\cancel{a}\times\frac{2}{\cancel{a}} - 1\right) = \frac{2}{a}\times\ln(1) = 0$

$\rightarrow$ le point A_a aura pour coordonnées $\left(\frac{2}{a};0\right)$.

2) D'après les coordonnées $\left(\frac{2}{a};0\right)$, on sait que les points A_a appartiennent tous à l'axe des abscisses et ils seront donc alignés.