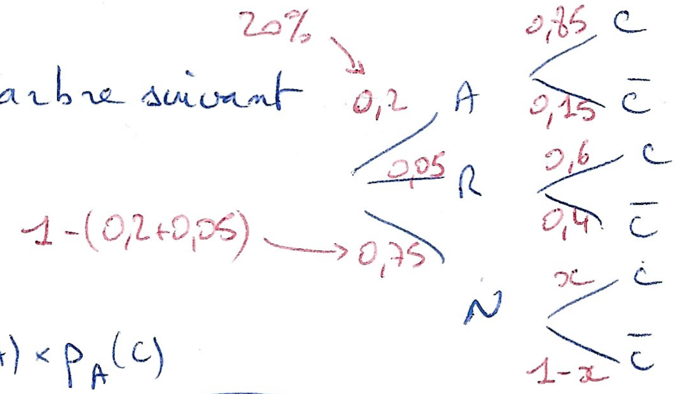
Exercice 1

Partie A

1 on obtient l'arbre suivant



2 on cherche $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C)$

$$= 0,2 \times 0,85 = \boxed{0,17}$$

3 on sait que $p(C) = \boxed{0,35}$ et, avec la formule des probabilités totales, on a : $p(C) = p(A \cap C) + p(R \cap C) + p(N \cap C)$

soit $0,35 = 0,17 + \underbrace{0,05 \times 0,6}_{0,03} + 0,75 \times x$

soit $0,75x = 0,35 - 0,20$

$$x = \frac{0,15}{0,75} = \boxed{0,2}$$

on remplace x par 0,2.

4 on cherche $p_C(N) = \dfrac{p(N \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0,75 \times 0,2}{0,35} = \boxed{\dfrac{3}{7}} \approx \boxed{0,43}$

Partie B

1 **a** on aura

k	0	10	16
pk	0,20	0,05	0,75

p(A) p(R) p(N)

b on a $E(X) = \sum_k k \times p_k = 0 \times 0,20 + 10 \times 0,05 + 16 \times 0,75$

$$= 0 + 0,5 + 12 = \boxed{12,5}$$

et $V(X) = \sum_k p_k \times (k - E(X)) = 0,20 \times (0 - 12,5)^2 + 0,05 \times (10 - 12,5)^2 + 0,75 \times (16 - 12,5)^2$

$$\hookrightarrow V(X) = \boxed{40,75}$$

2 **a** on a $E(S) = E(X_1 + \dots + X_{12}) = E(X_1) + \dots + E(X_{12})$

linéarité de l'espérance

$$\hookrightarrow E(S) = 12 \times E(X) = 12 \times 12,5 = \boxed{150}$$

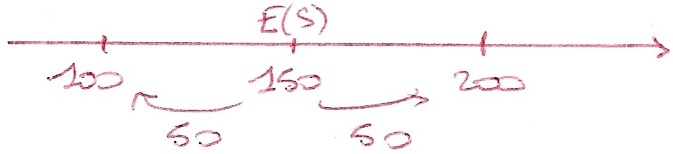
et on a $V(S) = V(X_1 + \dots + X_{12}) = V(X_1) + \dots + V(X_{12})$

les variables sont indépendantes

$$\hookrightarrow V(S) = 12 \times V(X) = 12 \times 40,75 = \boxed{489}$$

$\boxed{b}$ on va s'intéresser ici à $P(100 < S < 200)$.

or, avec $E(S) = 150$, on sait que $100 < S < 200$ correspond à $|S - 150| < 50$ soit $|S - E(S)| < 50$



En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P(|S - E(S)| \geq 50) \leq \frac{V(S)}{50^2}$$

soit $P(|S - 150| \geq 50) \leq \dfrac{489}{50^2}$

c'est à dire $1 - P(|S - 150| < 50) \leq \dfrac{489}{50^2}$

on obtient : $P(|S - 150| < 50) \geq \underbrace{1 - \dfrac{489}{50^2}}_{= 0{,}8044} > 0{,}80$

Donc la probabilité souhaitée est bien supérieure à $0{,}80$ (c'est à dire 80%).