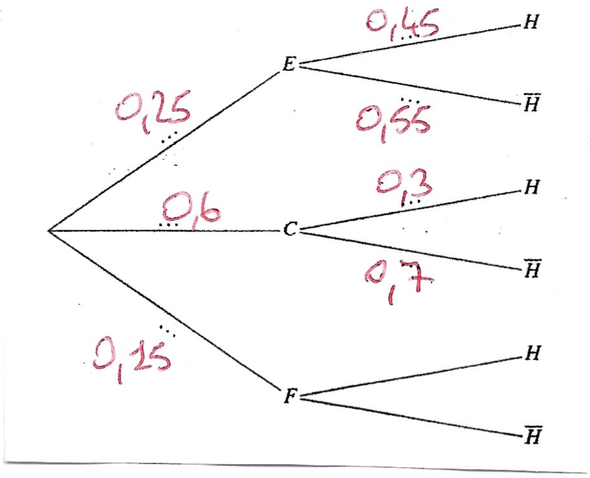
Bac Spé Maths 2026
Voici la correction complète
du jour 1
pour le sujet Amérique du Nord
Mercredi 20 Mai 2026

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1

Partie A ① on a l'arbre suivant



$p(C) = 1 - (0,25 + 0,15) = 0,6$
et on n'oubliera pas que l'on connait $p(F \cap H) = 0,12$

② on a $p(E \cap H) = p(E) \times p_E(H) = 0,25 \times 0,45 = \boxed{0,1125}$

③ avec la formule des probabilités totales, on sait que :

$$p(H) = p(E \cap H) + p(C \cap H) + p(F \cap H)$$
$$= 0,1125 + 0,6 \times 0,3 + 0,12 = \boxed{0,4125}$$

④ on cherche $p_H(E) = \dfrac{p(E \cap H)}{p(H)} = \dfrac{0,1125}{0,4125} \approx \boxed{0,273}$

Partie B ① on aura $n = \boxed{8}$ et $p = p(H) = \boxed{0,4125}$

② on cherche $p(X = 0)$ et il est certainement intéressant de montrer que vous connaissez la formule suivante :

$$p(X=0) = \binom{8}{0} \times p^0 \times (1-p)^{8-0}$$
$$= 1 \times 1 \times (1 - 0,4125)^8 \approx \boxed{0,014}$$

③ a) on a $q_n = p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0)$

soit $q_n = 1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1} \times \underbrace{p^0}_{=1} \times (1-p)^{n-0} = 1 - (1 - 0,4125)^n$

$\rightarrow \boxed{q_n = 1 - (0,5875)^n}$

b) on résout $q_n \geq 0,999$

soit $1 - (0,5875)^n \geq 0,999$

on obtient $(0,5875)^n \leq 0,001$ ← $1 - 0,999$

$\ln(0,5875)^n \leq \ln(0,001)$ La fonction ln conserve l'ordre car elle est croissante.

$n \times \ln(0,5875) \leq \ln(0,001)$

$n \geq \dfrac{\ln(0,001)}{\ln(0,5875)} \approx 12,987$

on a divisé par $\ln(0,5875)$ qui est négatif !

Donc on aura la condition voulue à partir de $\boxed{13}$ abonnés.

Partie C

1) Les valeurs possibles de la variable aléatoire Y sont :

$5€ \; ; \; 7€ \; ; \; 10€ \; ; \; 12€ \; ; \; 16€ \; ; \; 18€$

$7€ = 5€+2€$; $12€ = 10€+2€$; $18€ = 16€+2€$

2) On obtient le tableau suivant pour la loi de probabilité de Y.

y_i	5	7	10	12	16	18
p_i	0,1375	0,1125	0,42	0,18	0,03	0,12

$p(E\cap\overline{H}) = 0{,}25\times0{,}55 = 0{,}1375$; $p(E\cap H)$; $p(C\cap\overline{H}) = 0{,}6\times0{,}7 = 0{,}42$; $p(C\cap H)$; $p(F\cap\overline{H})$ en utilisant par exemple que la somme des p_i est égale à 1 ; $p(F\cap H)$

3) On a $E(Y) = \sum_i p_i y_i = p_1y_1 + p_2y_2 + \dots + p_6y_6$

$= 0{,}1375\times5 + 0{,}1125\times7 + \dots + 0{,}12\times18 = \boxed{10{,}475\,€}$

→ pour un grand nombre d'abonnés, on peut s'attendre à un montant moyen payé de 10,475 € par abonné.

4) On obtient $V(Y) \approx \boxed{13{,}70}$.

5) a) On a $\sigma(Z) = \sqrt{V(Z)} \to V(Z) = \sigma^2(Z) = 2^2 = \boxed{4}$

b) On remarque que la variable Z va vérifier $|Z-9|<3$

Or on a $|Z-9|<3$ qui correspond à $|Z-E(Z)|<3$

et on sait que $p(|Z-E(Z)|<3) = 1-p(|Z-E(Z)|\geq3)$

↳ avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebitchev, on aura :

$$p(|Z-E(Z)|\geq3) \leq \frac{V(Z)}{3^2}$$

soit $1-p(|Z-E(Z)|<3) \leq \dfrac{4}{9}$

et on obtient $p(|Z-\underbrace{E(Z)}_{=9}|<3) \geq \underbrace{1-\dfrac{4}{9}}_{\approx 0{,}56} > 0{,}5$

La probabilité cherchée est bien supérieure à 0,5 (ou 50%) et on a bien au moins 50% de chances d'obtenir la condition voulue.

Exercice 2

Partie A ① on calcule $U_1 = 4 - \frac{4}{U_0} = 4 - \frac{4}{4} = 4 - 1 = \boxed{3}$ milliers

↳ il y aura 3000 perches-soleil au 1er janvier 2026.

② ⓐ on a $h(x) = 4 - \frac{4}{x} = 4 - 4 \times \frac{1}{x}$

on obtient $h'(x) = 0 - 4 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{4}{x^2}$

Donc on a $h'(x) > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

↳ La fonction h est donc (strictement) croissante sur $]0; +\infty[$.

ⓑ on va faire ici un raisonnement par récurrence.

Initialisation on a $U_0 = 4$ et $U_1 = 3$

Donc on a bien $2 \leq U_1 \leq U_0 \leq 4$

et la propriété est bien vérifiée pour $n = 0$.

Hérédité on suppose $2 \leq U_{n+1} \leq U_n \leq 4$

on applique la fonction h qui est croissante et qui va donc conserver l'ordre.

on obtient $h(2) \leq h(U_{n+1}) \leq h(U_n) \leq h(4)$

soit $2 \leq U_{n+2} \leq U_{n+1} \leq 3 \ (\leq 4)$

et la propriété reste vraie au rang $(n+1)$.

D'après le principe de récurrence, la propriété est donc vraie pour tout n

ⓒ La suite (U_n) est donc décroissante (car $U_{n+1} \leq U_n$) et minorée (car $U_n \geq 2$). D'après le théorème de la convergence monotone, la suite (U_n) est convergente.

ⓓ La suite (U_n) est convergente et elle est définie par la relation $U_{n+1} = f(U_n)$ avec f continue sur $]0; +\infty[$.

D'après le théorème du point fixe, sa limite ℓ va vérifier l'égalité $\ell = f(\ell)$.

on résout donc l'équation $\ell = 4 - \frac{4}{\ell} \rightarrow \frac{\ell^2}{\ell} = \frac{4\ell}{\ell} - \frac{4}{\ell}$

c'est à dire $\ell^2 - 4\ell + 4 = 0$ soit $(\ell - 2)^2 = 0$

(on aurait pu également calculer le discriminant Δ) $\rightarrow \ell - 2 = 0$ ou $\boxed{\ell = 2}$

Donc, à long terme, le nombre de perches-soleil va se rapprocher de 2000 et il n'y aura donc pas d'élimination.

③ ⓐ while u >= 5

u = 4 - 4/u

n = n + 1

ⓑ avec la calculatrice, on obtient $U_9 = 2$

et $U_{10} \simeq 2{,}18$

↳ La commande population(2.2) va renvoyer la valeur $\boxed{n = 10}$ et la population de perches-soleil va passer sous les 2200 à partir de l'année 2035 (2025+10).

Partie B ① on résout l'équation (E) : $y' = -y + 2$

→ soit vous connaissez le résultat de cours par coeur

Les solutions de $y' = ay + b$ s'écrivent $y(x) = Ae^{at} - \frac{b}{a}$ $(A \in \mathbb{R})$

→ soit vous passez par la somme de la solution générale de l'équation homogène (E_0) $y' = -y \to y = Ae^{-t}$ $(A \in \mathbb{R})$

et d'une solution particulière de (E) par exemple, $y(t) = 2$

car on a $y'(t) = 0$

et donc $y'(t) = -y(t) + 2$!

Dans tous les cas, on obtient les fonctions définies par $\{ t \to Ae^{-t} + 2$, avec $A \in \mathbb{R} \}$

② on cherche $p(t) = Ae^{-t} + 2$ avec $p(0) = 4$

↳ on obtient $A\underbrace{e^{-0}}_{=1} + 2 = 4 \to A + 2 = 4 \to A = 2$

On obtient bien $p(t) = \boxed{2e^{-t} + 2}$

③ on a $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-t} = 0$ donc $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = \boxed{2}$

et, à long terme, il n'y aura pas d'élimination des perches-soleil, et leur population va se rapprocher, comme pour le modèle précédent, de 2000.

Exercice 3

Partie A

1) Le repère n'est pas très habituel mais vous devez vous en sortir sans trop de souci → on a $A\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$

2) on a $\vec{SC}\begin{pmatrix}1-0\\1-0\\0-2\end{pmatrix} \to \vec{SC}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{SB}\begin{pmatrix}-1-0\\1-0\\0-2\end{pmatrix} \to \vec{SB}\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix}$

Le repère étant orthonormé, on en déduit :

$\vec{SC}\cdot\vec{SB} = \begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix} = 1\times(-1)+1\times 1+(-2)\times(-2) = \boxed{4}$

3) on sait aussi que $\vec{SC}\cdot\vec{SB} = SC\times SB\times\cos(\widehat{BSC})$

avec $SC = \|\vec{SC}\| = \sqrt{1^2+1^2+(-2)^2} = \sqrt{6}$

et $SB = \|\vec{SB}\| = \sqrt{(-1)^2+1^2+(-2)^2} = \sqrt{6}$

on en déduit $\vec{SC}\cdot\vec{SB} = \sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\cos(\widehat{BSC}) = 4$

soit $\cos(\widehat{BSC}) = \dfrac{4}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}} = \dfrac{2}{3}$

$\to \widehat{BSC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right) \approx \boxed{48{,}2°}$

Partie B

1) a) $\vec{n}$ est normal au plan (SBC) si $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs (non colinéaires) du plan (SBC).

on sait que $\vec{SC}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{SB}\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix}$

→ ces vecteurs ne sont pas colinéaires car $-1 : 1 = -1$
$1 : 1 = 1 \neq -1$!

on calcule $\vec{n}\cdot\vec{SC} = \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix} = 0\times1+2\times1+1\times(-2) = \boxed{0} \to \vec{n}\perp\vec{SC}$

et $\vec{n}\cdot\vec{SB} = \begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\-2\end{pmatrix} = 0\times(-1)+2\times1+1\times(-2) = \boxed{0} \to \vec{n}\perp\vec{SB}$

Donc le vecteur $\vec{n}$ est bien normal au plan (SBC).

b) Les coordonnées de $\vec{n}$ seront donc les coefficients a, b et c de l'équation cartésienne du plan (SBC)

On obtient $\underset{a}{0}\times x+\underset{b}{2}\times y+\underset{c}{1}\times z+d=0 \to 2y+z+d=0$

or on sait que $S\in(SBC) \to 2\times\underset{y_S}{0}+\underset{z_S}{2}+d=0 \to d=-2$

et on obtient l'équation cartésienne $\boxed{2y+z-2=0}$

② ⓐ La droite (OH) est orthogonale au plan (SBC) et, donc, le vecteur $\overrightarrow{OH}$ est forcément colinéaire à $\vec{n}$ vecteur normal à ce même plan.

Donc la droite (OH) peut être définie avec $\vec{n}$ comme vecteur directeur et on obtient $\begin{cases} x = \boxed{0} + \boxed{0} \times t \\ y = \boxed{0} + \boxed{2} \times t \\ z = \boxed{0} + \boxed{1} \times t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

point O → vecteur directeur.

ⓑ Le point H sera donc le point d'intersection du plan (SBC) avec la droite (OH).

On "met" la représentation paramétrique de (OH) dans l'équation cartésienne de (SBC).

On obtient : $2(2t) + t - 2 = 0 \rightarrow 5t - 2 = 0$

$\rightarrow t = \frac{2}{5}$

et les coordonnées de H sont $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \times \frac{2}{5} \\ z = \frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{4}{5} \\ z = \frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow H\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

ⓒ H étant le projeté orthogonal du point O sur le plan (SBC), la distance du point O au plan (SBC) est égale à OH.

On a $\overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} 0-0 \\ 4/5 - 0 \\ 2/5 - 0 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} 0 \\ 4/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$

et $OH = \|\overrightarrow{OH}\| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{20}{25}} = \boxed{\frac{\sqrt{20}}{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

Partie C

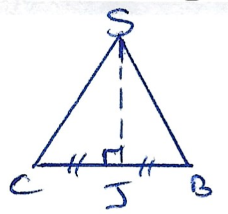
② a) On va prendre comme base le carré ABCD et la hauteur associée sera [OS]

↳ on a donc $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times Aire_{ABCD} \times OS = \frac{1}{3} \times (2 \times 2) \times 2 = \boxed{\frac{8}{3}}\ cm^3$.

b) La pyramide SABCD peut être partagée en quatre pyramides de même volume (OCBS, ODCS, OADS, OBAS).

On a donc : $V_{OCBS} = \frac{1}{4} \times V_{SABCD} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}\ cm^3$

② croquis



Le triangle SCB est isocèle en S et sa hauteur issue de S correspond au segment [SJ].

on calcule donc $\text{Aire}_{SBC} = \dfrac{\overset{\text{base}}{BC} \times \overset{\text{hauteur}}{SJ}}{2}$

et on calcule SJ en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle SJC rectangle en J.

On a $SC^2 = SJ^2 + CJ^2 \rightarrow SJ^2 = (\sqrt{6})^2 - 1^2 = 5 \rightarrow SJ = \sqrt{5}$

on a calculé SC dans la partie A.

On obtient donc $\text{Aire}_{SBC} = \dfrac{2 \times \sqrt{5}}{2} = \boxed{\sqrt{5}}\ cm^2$.

③ on va maintenant exprimer le volume de la pyramide OCBS en prenant le triangle SBC comme base et la hauteur associée sera alors [OH].

résultat du 1) c)

Donc on a $V_{OCBS} = \dfrac{1}{3} \times \text{Aire}_{SBC} \times OH = \dfrac{2}{3}$

$\rightarrow \dfrac{1}{3} \times \sqrt{5} \times OH = \dfrac{2}{3} \rightarrow OH = \boxed{\dfrac{2}{\sqrt{5}}} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}\ cm$.

Exercice 4

① La fonction f semble convexe sur $]-\infty;1]$ et concave sur $[1;+\infty[$ (le point A serait le point d'inflexion).

② on a $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ donc on a $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(x^2+1)=\boxed{+\infty}$

et on a $\lim\limits_{x\to-\infty} -3x=\boxed{+\infty}$

Par somme des limites, on obtient $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\boxed{+\infty}$.

③ a) on a
$$\begin{aligned} f(x) &= 5\ln(x^2+1)-3x \\ &= 5\ln\left(x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right)-3x \\ &= 5\left(\ln(x^2)+\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right)-3x \\ &= 5\left(2\ln(x)+\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\right)-3x \\ &= 10\ln x-3x+5\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) \\ &= x\left(10\frac{\ln x}{x}-3\right)+5\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) \end{aligned}$$

on a $\ln(x^2)=2\ln(x)$ car $x>0$

ça y est !!

b) avec les croissances comparées, on a $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

Donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(10\frac{\ln x}{x}-3\right)=-3$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{x}_{+\infty}\underbrace{\left(10\frac{\ln x}{x}-3\right)}_{-3}=\boxed{-\infty}$

De plus, on a $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0 \to \lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=1 \to \lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=\boxed{0}$

Donc, par produit et somme, on obtient $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\boxed{-\infty}$

④ a) on reprend l'expression $f(x)=5\ln(x^2+1)-3x$

et on obtient $f'(x)=\frac{5}{x^2+1}\times 2x-3$ ← la dérivée de (x^2+1)

on en déduit $f'(x)=\frac{10x-3(x^2+1)}{x^2+1}=\frac{-3x^2+10x-3}{x^2+1}$

b) on a $x^2+1>0$ pour tout $x\in\mathbb{R}$ et le signe de $f'(x)$ ne dépend que du signe du numérateur $-3x^2+10x-3$.

→ on calcule $\Delta=(10)^2-4\times(-3)\times3=64>0$

et il y a donc deux racines $x_1=3$ et $x_2=\frac{1}{3}$ reprenez vos formules !

on obtient :

x	$-\infty$ $\frac{1}{3}$ 3 $+\infty$
signes de $f'(x)$	$-$ 0 + 0 $-$
variations de f	↘ ↗ ↘

← trinôme avec un coefficient a négatif

3) a) Le signe de $f''(x)$ nous donnera la convexité ou la concavité de la fonction f.

↳ on résout $-10x^2+10=0$ ↳ $x^2=1$ ↳ $\boxed{x=1}$ ou $\boxed{x=-1}$

on obtient donc le tableau suivant (en sachant que l'expression $(x^2+1)^2$ est strictement positive)

trinôme avec un coefficient a négatif

x	$-\infty$ -1 1 $+\infty$
signes de $f''(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$
fonction f	concave | convexe | concave

Donc la conjecture faite dans la question 1 n'était pas fausse mais seulement incomplète car il nous manquait une partie de la courbe (entre $-\infty$ et -1) !

b) on applique la formule $y = f'(1)\times(x-1)+f(1)$

avec $f(1) = 5\ln(1^2+1) - 3\times 1 = 5\ln 2 - 3$

et $f'(1) = \dfrac{-3\times 1^2 + 10\times 1 - 3}{1^2+1} = 2$

on obtient $y = 2(x-1) + 5\ln(2) - 3$

ou $y = 2x + 5\ln(2) - 5 = 2x + 5(\ln(2)-1)$

c) pour $x \geq 1$, la fonction f est concave.

Sa courbe $\mathcal{C}_f$ sera donc en dessous de ses tangentes sur cet intervalle.

Donc, pour $x \geq 1$, on aura $f(x) \leq y$

soit $5\ln(x^2+1) - 3x \leq 2x + 5(\ln(2)-1)$

soit $5\ln(x^2+1) \leq 5x + 5(\ln(2)-1)$

soit $\ln(x^2+1) \leq x + \ln(2) - 1$ en divisant par 5 !!