Exercice 4 Version "brouillon"

① $f(x) = (-\frac{1}{2}x+3)^5 \rightarrow f'(x) = 5\times(-\frac{1}{2})\times(-\frac{1}{2}x+3)^4$

$\rightarrow f''(x) = 5\times(-\frac{1}{2})\times 4\times(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}x+3)^3$

$= 5(-\frac{1}{2}x+3)^3$

on résout $-\frac{1}{2}x+3=0 \rightarrow x=6$

et on a $f''(x) \leq 0$ pour $x \geq 6$ $(-\frac{1}{2}x+3)^{3}$ est du signe de la fonction affine $(-\frac{1}{2}x+3)$

cube

$\rightarrow$ la fonction sera alors CONCAVE pour $x \geq 6$

$\rightarrow$ $\boxed{\text{FAUSSE}}$

② Le nombre total de tirages possibles est $\binom{32}{5} = 201\,376$

et on va dénombrer les tirages sans aucun multiple de 8

$\rightarrow$ c'est comme si on enlevait 8 ; 16 ; 24 et 32

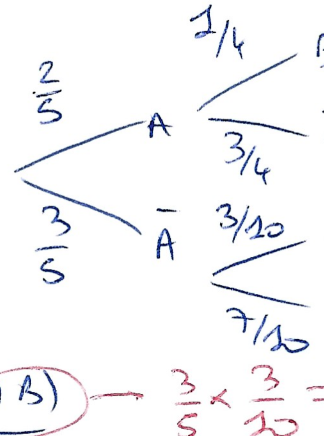
et il y a aura donc $\binom{28}{5} = 98\,280$

c'est comme si on faisait un tirage parmi les 28 jetons restants

Donc le nombre de tirages avec au moins un multiple de 8 sera égal à : nombre total − nombre de tirages sans multiple de 8

$= 201\,376 - 98\,280 = \boxed{103\,096} \rightarrow \boxed{\text{VRAIE}}$

③ on complète l'arbre




on a $p_B(\bar{A}) = \frac{p(\bar{A}\cap B)}{p(B)}$ $\rightarrow \frac{3}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{9}{50}$

$\rightarrow$ probabilité totale

$p(B\cap A) + p(B\cap\bar{A})$

$= \frac{2}{5}\times\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{14}{50}$

On a donc : $p_B(\bar{A}) = \dfrac{\frac{9}{50}}{\frac{14}{50}} = \boxed{\dfrac{9}{14}}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{FAUSSE}}$

④ on calcule $h'(x) + h(x)$ et on "voit" si le résultat est égal à $e^{-x}\cos x$

↳ on a $h(x) = e^{-x}\sin x$

↳ $h'(x) = \underbrace{-e^{-x}}_{u'}\underbrace{\sin x}_{v} + \underbrace{e^{-x}}_{u}\underbrace{\cos x}_{v'}$

et on a $h'(x) + h(x) = \cancel{-e^{-x}\sin x} + e^{-x}\cos x + \cancel{e^{-x}\sin x}$

$= e^{-x}\cos x$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{VRAIE}}$

⑤ La solution générale de $y' + y = 0$

~~ou~~ de $y' = -y$

sera de la forme $x \rightarrow Ce^{-x}$, $C \in \mathbb{R}$

Donc les solutions de (E) seront de la forme :

$$\underbrace{Ce^{-x}}_{\text{sol. générale de l'équation homogène } y'+y=0} + \underbrace{e^{-x}\sin x}_{\text{sol. particulière de (E)}}, \quad C \in \mathbb{R}$$

soit $e^{-x}(C + \sin x)$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{FAUSSE}}$