Exercice 2 Version "brouillon"

Partie A ① répétition d'épreuves identiques et indépendantes ayant 2 issues possibles → loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = p(\text{réussite}) = 0{,}492$

② $E(X) = n\times p = 16\times 0{,}492 = \boxed{7{,}872}$ lancers-francs réussis

→ le joueur peut "espérer" réussir une moyenne de 7,872 lancers-francs sur les 16 lancers francs tentés.

③ $P(X=5) = \binom{16}{5}\times p^5\times(1-p)^{16-5} = \binom{16}{5}\times 0{,}492^5\times(1-0{,}492)^{11}$

$\approx \boxed{0{,}073}$

④ on cherche $p(X\geqslant 6)\simeq 0{,}883$

[suivant la calculatrice, on passera par $p(X\geqslant 6) = 1 - p(X\leqslant 5)$

Partie B

① Les valeurs possibles de $Y$ sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3

② $p(Y=2) = \binom{3}{2}\times p^2\times(1-p)^{3-2} = 3p^2(1-p)$

③ on a $p(Y=0) = \underbrace{\binom{3}{0}}_{=1}\times\underbrace{p^0}_{=1}\times(1-p)^3 = (1-p)^3$

$p(Y=1) = \binom{3}{1}\times p^1\times(1-p)^2 = 3p(1-p)^2$

$p(Y=3) = \underbrace{\binom{3}{3}}_{=1}\times p^3\times\underbrace{(1-p)^0}_{=1} = p^3$

on obtient le tableau de la loi de probabilité de $Y$

| $y_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $(1-p)^3$ | $3p(1-p)^2$ | $3p^2(1-p)$ | $p^3$ |

④ $p(Y\geqslant 2) = p(Y=2) + p(Y=3) = 3p^2(1-p) + p^3$

$= 3p^2 - 3p^3 + p^3 = -2p^3 + 3p^2$

⑤ ⓐ $f'(x) = -6x^2 + 6x = x(-6x+6)$

on résout $f'(x) = 0$ soit $x(-6x+6) = 0$

$x = 0$ $x = 1$

On obtient le tableau suivant

| $x$ | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $+$ | |
| $-6x+6$ | | $+$ | $0$ |
| signes de $f'(x)$ | $0$ | $+$ | $0$ |
| variation de $f$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

(b) corollaire du TVI avec $f$ croissante et continue sur $[0;1]$

on a $f(0)=\boxed{0}$ et $f(1)=\boxed{1}$ avec $0,9 \in [0;1]$

$\rightarrow$ il existe un unique $\alpha \in [0;1]$ tel que $f(\alpha)=0,9$.

(c) on a $0,80 < \alpha < 0,81$

(d) il faut que la probabilité $p$ que le joueur réussisse un lancer-franc soit comprise entre 80% et 81% pour que la probabilité d'en réussir au moins 2 sur 3 tentes soit égale à 90%.