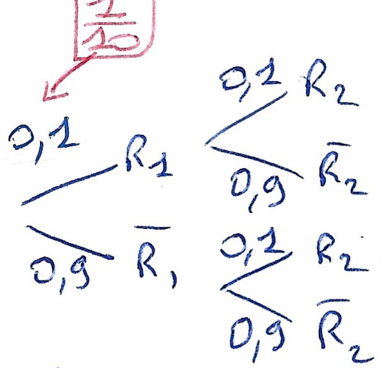
Version "brouillon" du corrigé.

Exercice 1

Partie A

① on obtient l'arbre



② ⓐ Les valeurs possibles de X sont :

$2€$; $0€$; $-1€$

3€ − 1€ de mise — 1€ − 1€ de mise — 0€ − 1€ de mise

ⓑ $P(X=-1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + p(\overline{R_1} \cap R_2)$

"Rouge et Verte" ou "Verte et Rouge)

$= 0{,}1 \times 0{,}9 + 0{,}9 \times 0{,}1 = 0{,}09 + 0{,}09$

$= 0{,}18 = \boxed{\frac{18}{100}}$

ⓒ

k	-1	0	2
$P(X=k)$	$0{,}18$	$0{,}81$	$0{,}01$

$p(R_1 \cap R_2) = 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$

$P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$

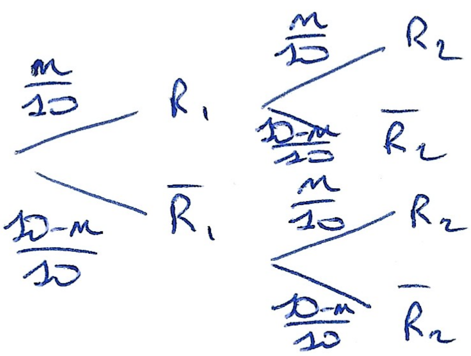
ⓓ on a $E(X) = -1 \times 0{,}18 + 0 \times 0{,}81 + 2 \times 0{,}01$

$= -0{,}18 + 0{,}02 = \boxed{-0{,}16\,€}$

Partie B

① il y a toujours 10 boules dans l'urne

et l'arbre devient



et on obtient le tableau donnant la loi de probabilité de Y

k	-1	0	2
$P(Y=k)$	$2\times\frac{n}{10}\times\left(\frac{10-n}{10}\right)$	$\left(\frac{10-n}{10}\right)^2$	$\left(\frac{n}{10}\right)^2$

$p(R_1\cap R_2) = \frac{n}{10}\times\frac{n}{10}$

$p(R_1\cap\overline{R_2}) + p(\overline{R_1}\cap R_2) = \frac{n}{10}\times\left(\frac{10-n}{10}\right)+\left(\frac{10-n}{10}\right)\times\frac{n}{10}$

$p(\overline{R_1}\cap\overline{R_2}) = \left(\frac{10-n}{10}\right)\times\left(\frac{10-n}{10}\right)$

On obtient $E(Y) = -1\times\frac{2n}{10}\left(\frac{10-n}{10}\right)+0\times\left(\frac{10-n}{10}\right)^2+2\times\left(\frac{n}{10}\right)^2$

$= \dfrac{-2n(10-n)+2n^2}{100} = \dfrac{4n^2-20n}{100}$

2) on résout $E(Y)=0$

soit $\dfrac{4n^2-20n}{100}=0$ soit $4n^2-20n=0$

$\to n(4n-20)=0$

$\boxed{n=0}$ $\boxed{n=5}$

le jeu est "équitable" car il n'y a que des boules vertes et un gain de 1 € − 1 € de mise

Donc jeu équitable pour 0 boules rouges ou 5 boules rouges.

Exercice 2

Partie A

1) on obtient $\boxed{6\,kW}$ à 11 h

2) $S = [10{,}5 ; 15{,}5]$

Donc la puissance électrique va être supérieure ou égale à 5 kW entre 10h30 et 15h30.

Partie B

1) hausse de 6% → coefficient multiplicateur
$\left(1 + \frac{6}{100}\right) = 1{,}06$.

On aura $C_{n+1} = 1{,}06 \times C_n$

→ suite géométrique de raison $\boxed{1{,}06}$

2) on utilise la formule des suites géométriques
$C_n = C_0 \times q^{(n-0)} = 0{,}15 \times (1{,}06)^n$

3) en 2030, on aura $n = 10$

→ on calcule $C_{10} = 0{,}15 \times (1{,}06)^{10}$

4) a) la variable c représente le coût en euros pour 1 kWh consommé.

la variable S représente la somme année après année de l'argent économisé par Camille.

b) au bout de 16 ans, en 2036, l'argent économisé par Camille dépasse le coût initial de 700€

→ elle a enfin rentabilisé son investissement.

Exercice 3

1. on a $f(x) = \underbrace{(4x-4)}_{u} \times \underbrace{e^{-0,5x}}_{v} + 5$

avec $u(x) = 4x - 4$ $u'(x) = 4$

$v(x) = e^{-0,5x}$ $v'(x) = \underline{-0,5}e^{-0,5x}$

⚠

$\hookrightarrow f'(x) = 4 \times e^{-0,5x} + (4x-4) \times (-0,5e^{-0,5x}) + 0$

$= 4e^{-0,5x} + (-2x+2)e^{-0,5x}$

$= e^{-0,5x}(4 - 2x + 2) = e^{-0,5x}(-2x+6).$

2. on a $e^{-0,5x} > 0$ pour tout x

$\hookrightarrow$ le signe de $f'(x)$ ne dépend que du signe de $(-2x+6)$ $\rightarrow$ on résout $-2x+6=0$

$\rightarrow -2x = -6$

$\rightarrow x = \frac{-6}{-2} = 3$

on obtient le tableau

x	$-\infty$		3		$+\infty$
signes de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de f		$\nearrow$		$\searrow$	

signes d'une fonction affine avec un coefficient a négatif (-2)

3. on a $f'(3) = 0 \rightarrow$ tangente horizontale

$\hookrightarrow$ on calcule $f(3) = (4 \times 3 - 4)e^{-0,5 \times 3} + 5$

$= 8e^{-1,5} + 5$

Donc une tangente horizontale au point de coordonnées $(3 ; 8e^{-1,5} + 5)$