

## Exercice 2

### AFFIRMATION 1

un vecteur directeur de la droite D sera  $\vec{v}_D \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

et un vecteur directeur de la droite D' sera  $\vec{v}_{D'} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}$ .

on constate que  $\vec{v}_{D'} = -2\vec{v}_D \rightarrow$  les vecteurs sont colinéaires.  
et les droites sont donc bien parallèles.  $\rightarrow$  **VRAIE**

### AFFIRMATION 2

Les points A, B et C ne sont pas alignés et on va donc considérer les deux vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  (non colinéaires).

on va vérifier si on a  $\vec{v}_D \cdot \vec{AB} = 0$  et  $\vec{v}_D \cdot \vec{AC} = 0$

$\uparrow$  vecteur directeur de la droite D.

$$\hookrightarrow \text{on a } \vec{v}_D \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} = -1 \times 3 + 3 \times 0 + 4 \times (-5) = -23 \neq 0.$$

Donc  $\vec{v}_D$  n'est pas orthogonal à  $\vec{AB}$

Donc la droite D n'est pas orthogonale au plan (ABC)  $\rightarrow$  **FAUSSE**

### AFFIRMATION 3

on résout le système 
$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2t' \\ -2 + 3t = 1 - 3t' \\ 1 + 4t = 2 + t' \end{cases}$$
  $\leftarrow$  on utilise cette équation pour isoler  $t'$ .

on obtient 
$$\begin{cases} 3 - t = -4 + 2(4t - 1) \\ -2 + 3t = 1 - 3(4t - 1) \\ t' = 4t - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 - t = -4 + 8t - 2 \\ -2 + 3t = 1 - 12t + 3 \\ t' = 4t - 1 \end{cases}$$

et on obtient 
$$\begin{cases} t = \frac{-9}{-9} = 1 \\ t = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \\ t' = 4t - 1 \end{cases} \rightarrow$$
 les deux équations nous donnent des valeurs de  $t$  différentes  $\rightarrow$  impossible!

Donc le système n'admet pas de solutions

Donc les droites ne sont pas sécantes  $\rightarrow$  **FAUSSE**

#### AFFIRMATION 4

on commence par vérifier si le point F appartient bien au plan.  
↳ on teste les coordonnées de F avec l'équation cartésienne de P.

$$\text{on a : } 2 \times (-3) - 3 \times (-3) + 3 - 6 = -6 + 9 + 3 - 6 = \boxed{0} \rightarrow \boxed{\text{OK}}$$

et on vérifie que le vecteur  $\vec{EF}$  est bien colinéaire au vecteur normal  $\vec{n}$  de P.

$$\text{on a } \vec{EF} \left( \begin{matrix} -3 - (-5) \\ -3 - 0 \\ 3 - 2 \end{matrix} \right) \rightarrow \vec{EF} \left( \begin{matrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{matrix} \right) \text{ et on a } \vec{n} \left( \begin{matrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{matrix} \right) \text{ soit } \vec{EF} = \vec{n}$$

donc  $\vec{EF}$  et  $\vec{n}$  sont colinéaires, et  $\vec{EF}$  est bien orthogonal à P.  $\rightarrow \boxed{\text{OK}}$   
 $\rightarrow \boxed{\text{VRAIE}}$

#### AFFIRMATION 5

il faut ici que le vecteur normal  $\vec{n}'$  au plan P' soit orthogonal au vecteur directeur  $\vec{v}_\Delta$  de la droite  $\Delta$ .

↳ on va utiliser le produit scalaire.

$$\text{on calcule } \vec{n}' \cdot \vec{v}_\Delta = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -a^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = -3 \times (-1) + 1 \times 3 + (-a^2) \times 4 \\ = 3 + 3 - 4a^2 = -4a^2 + 6$$

$$\text{on veut } \vec{n}' \cdot \vec{v}_\Delta = 0 \text{ soit } -4a^2 + 6 = 0 \rightarrow a^2 = \frac{3}{2}$$

et il y a donc deux valeurs possibles :  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  et  $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\rightarrow \boxed{\text{FAUSSE}}$