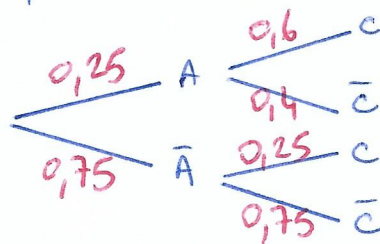


Exercice 1

- 1) on va écrire les probabilités avec leur écriture décimale.
Par exemple, on a $p(A) = \frac{1}{4} = 0,25$ et $p_A(C) = \frac{3}{5} = 0,6$
on obtient l'arbre suivant:



- 2) on cherche $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0,25 \times 0,6 = \boxed{0,15}$
- 3) pour $p(C)$, on utilise la formule des probabilités totales
↳ on a $p(C) = p(A \cap C) + p(\bar{A} \cap C)$
 $= 0,15 + 0,75 \times 0,25 = \boxed{0,3375}$
- 4) on s'intéresse ici à $p_{\bar{C}}(\bar{A})$ avec $p(\bar{C}) = 1 - p(C) = 0,6625$
↳ on a $p_{\bar{C}}(\bar{A}) = \frac{p(\bar{A} \cap \bar{C})}{p(\bar{C})} = \frac{0,75 \times 0,75}{0,6625} \approx 0,85 > 0,80$
Donc l'affirmation est vraie.
- 5) on peut faire un petit tableau pour cette loi de probabilité.

x_i	50	10
p_i	0,3375	0,6625

Le joueur peut gagner
10 euros ou 50 euros !

$$\text{on a } E(X_1) = \sum_i p_i x_i = 50 \times 0,3375 + 10 \times 0,6625 = \boxed{23,5} \text{ euros}$$

pour la variance, on va utiliser la formule suivante:

$$\begin{aligned} V(X_1) &= E(X_1^2) - (E(X_1))^2 \\ &= (50^2 \times 0,3375 + 10^2 \times 0,6625) - (23,5)^2 \\ &= \boxed{357,75} \end{aligned}$$

- 6) a) par linéarité de l'espérance, on sait que

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) \\ &= 23,5 + 23,5 = \boxed{47} \text{ euros} \end{aligned}$$

- b) Les variables X_1 et X_2 étant indépendantes,

$$\begin{aligned} \text{on a } V(Y) &= V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2) \\ &= \boxed{715,5} \end{aligned}$$

7) En généralisant les résultats de la question 6,
on aura $E(Z) = E(X_1) + \dots + E(X_{100}) = 23,5 \times 100$
 $= \boxed{2350} \text{ euros}$

$$\text{et } V(Z) = V(X_1) + \dots + V(X_{100}) = 357,75 \times 100 \\ = \boxed{35775}$$

on s'intéresse ici à $Z \in]1950; 2750[$ et cet intervalle
est centré sur la valeur 2350 de l'espérance $E(Z)$.

↳ on reconnaît l'utilisation de l'inégalité de
Bienaymé Tchebichev.

On cherche $P(|Z - E(Z)| < 400)$

$$\text{avec } P(|Z - E(Z)| \geq 400) = 1 - P(|Z - E(Z)| < 400)$$

et on sait avec cette inégalité de Bienaymé Tchebichev
que $P(|Z - E(Z)| \geq 400) \leq \frac{V(Z)}{400^2}$

$$\text{soit } P(|Z - E(Z)| \geq 400) \leq \frac{35775}{400^2}$$

$$\text{soit } 1 - P(|Z - E(Z)| < 400) \leq \frac{35775}{400^2}$$

$$\text{et on obtient } P(|Z - E(Z)| < 400) \geq 1 - \frac{35775}{400^2} \\ \approx 0,776$$

↳ on obtient bien $P(|Z - E(Z)| < 400) \geq 0,75$.