

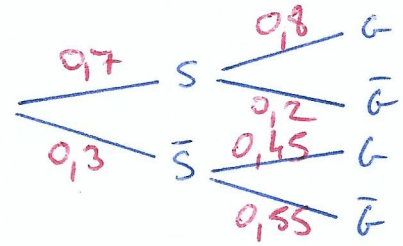
Bac Spé Maths 2025
Voici la correction complète
du jour 2
pour le sujet Amérique du Sud
Vendredi 14 Novembre 2025

Correction proposée par
Bruno Swiners
www.coursmathsaiix.fr

Exercice 2

Partie A 1) $\bar{S}$ correspond à l'événement "Abel ne réussit pas son premier service".

on a l'arbre pondéré suivant:



2) on a $p(S \cap G) = p(S) \times p_S(G)$
 $= 0,7 \times 0,8 = \boxed{0,56}$

3) on applique la formule des probabilités totales.
on a $p(G) = p(S \cap G) + p(\bar{S} \cap G)$
 $= 0,56 + 0,3 \times 0,45 = \boxed{0,695}$

4) on cherche $p_G(S) = \frac{p(G \cap S)}{p(G)} = \frac{0,56}{0,695} \approx \boxed{0,806}$

5) on a $p(S) = 0,7$ et $p(G) = 0,695$.

on a donc $p(S) \times p(G) = 0,7 \times 0,695 = 0,4865$

or on sait que $p(S \cap G) = 0,56$

$\hookrightarrow$ on a donc $p(S) \times p(G) \neq p(S \cap G)$

$\hookrightarrow$ les événements ne sont pas indépendants.

Partie B

1) a) Ce test est assimilé à une série d'épreuves identiques et indépendantes, avec deux issues possibles (conforme ou non conforme).

La variable X va donc suivre une loi binomiale de paramètres $n=20$ et $p = p(\text{conforme}) = 0,85$

b) $P(X \leq 18)$ s'obtient avec toutes vos calculatrices
on a $p(X \leq 18) \approx \boxed{0,824}$

c) "Au moins deux balles non conformes" veut dire la même chose que "Au plus 18 balles conformes".
La probabilité demandée ici est la même que celle de la question b). On obtient donc $\boxed{0,824}$

d) Par définition, on a $E(X) = n \times p$
 $= 20 \times 0,85 = \boxed{17}$

(il y a, en moyenne, 17 balles conformes sur un échantillon testé de 20 balles).

$$2) a) \text{ on a } E(\Pi_n) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$$

on utilise la

linéarité de l'espérance

$$= \frac{1}{n} (E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n))$$

$$= \frac{1}{n} \times n \times 0,85 = \boxed{0,85}$$

$$\text{on a } V(\Pi_n) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right)$$

on utilise ici
l'indépendance des
variables.

ne pas oublier
de mettre au carré

$$= \frac{1}{n^2} (V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n))$$

$$\text{or, pour tout } i, \text{ on aura } V(X_i) = p(1-p) = 0,85 \times 0,15 = 0,1275$$

$$\text{soit } V(\Pi_n) = \frac{1}{n^2} \times n \times 0,1275 = \boxed{\frac{0,1275}{n}}$$

b) on constate que l'intervalle $[0,75; 0,95]$ est bien centré sur l'espérance $0,85$ de la variable Π_n .

$$\text{et on a } P(|\Pi_n - \underbrace{E(\Pi_n)}_{0,85}| < 0,1) = 1 - P(|\Pi_n - \underbrace{E(\Pi_n)}_{0,85}| \geq 0,1)$$

Avec l'inégalité de Bienaymé Tchebichev, on sait que

$$P(|\Pi_n - \underbrace{E(\Pi_n)}_{0,85}| \geq \underbrace{0,1}_{\times 0,1^2}) \leq \frac{V(\Pi_n)}{\times 0,1^2}$$

$$\text{soit } P(|\Pi_n - 0,85| \geq 0,1) \leq \frac{0,1275}{n \times 0,1^2}$$

$$\text{soit } P(|\Pi_n - 0,85| \geq 0,1) \leq \frac{12,75}{n}$$

$$\text{Donc } 1 - P(|\Pi_n - 0,85| \geq 0,1) \geq 1 - \frac{12,75}{n}$$

$$\text{d'où } P(\underbrace{|\Pi_n - 0,85| < 0,1}_{(0,75 < \Pi_n < 0,95)}) \geq 1 - \frac{12,75}{n}$$

$$c) \text{ on veut } P(0,75 < \Pi_n < 0,95) > 0,9$$

$$\hookrightarrow \text{on résout donc } 1 - \frac{12,75}{n} > 0,9$$

$$\text{soit } \frac{12,75}{n} < 0,1 \hookrightarrow n > \frac{12,75}{0,1}$$

$$\text{soit } n > 127,5$$

Donc on aura la conclusion voulue à partir de

$\boxed{128}$ balles testées.

Exercice 2 : Les réponses de ce QCM sont :

1	→	c
2	→	b
3	→	a
4	→	c

Voici quelques explications même si ce n'est pas demandé.
D'autant plus qu'ici, la stratégie consistant à éliminer deux des possibilités afin de valider la troisième va être utilisée !!

Question 1

on utilise les coefficients de chaque paramètre afin d'avoir un coefficient directeur de chaque droite.

$$\text{On a } \vec{v}_{d_1} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}_{d_2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires
(on a $-3:1 = -3$ et $2:2 = 1 \neq -3$)

$$\text{↳ de plus, on a } \vec{v}_{d_1} \cdot \vec{v}_{d_2} = -3 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 2 \neq 0$$

et les droites ne peuvent donc pas être orthogonales.

Donc la seule réponse possible est la réponse c

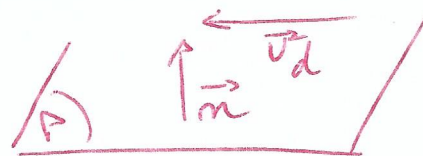
Question 2

on considère un vecteur directeur de la droite d : $\vec{v}_d \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
et un vecteur normal au plan P : $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\text{on a } \vec{v}_d \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \times 4 + (-1) \times 2 + 2 \times (-1) = 0$$

Donc on a $\vec{v}_d \perp \vec{n}$.

Donc la droite d est parallèle au plan
ou incluse dans celui-ci.



Du coup, on considère un point de la droite en prenant, par exemple, la valeur $t=0$ → on obtient $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On vérifie si ce point appartient au plan :

$$\text{on calcule } 4 \times 1 + 2 \times 3 - 1 + 3 = 12 \neq 0$$

Donc ce point n'appartient pas au plan

Donc la droite est strictement parallèle au plan

→ réponse b

Question 3 on s'intéresse aux propositions ⑤ et ⑥ qui sont faciles à vérifier.

* on a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 7-3 \\ 3-2 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} -1-3 \\ 4-2 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires.
(on a $4 : (-4) = -1$ et $1 : 2 = 0,5 \neq -1$)

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

* on a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 3-4 \\ 5-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires.
(on a $4 : (-2) = -2$ et $1 : (-1) = -1 \neq -2$)

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas colinéaires.

Donc la seule réponse possible est la réponse a

Question 4 on s'intéresse aux propositions ② et ③ qui sont faciles à vérifier.

* on calcule $3 \times 1 - 2 \times 1 + (-2) + 1 = 3 - 2 - 2 + 1 = 0$
 $\xrightarrow{x_R} \xrightarrow{y_R} \xrightarrow{z_R}$ Donc $R \in Q$.

on calcule $4 \times 1 + 1 - (-2) + 3 = 4 + 1 + 2 + 3 = 10 \neq 0$
Donc $R \notin Q$.

Donc la proposition ② n'est pas bonne.

* on s'intéresse maintenant aux vecteurs normaux de chaque plan → on a $\vec{n}_Q \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{n}_{Q'} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

on calcule alors $\vec{n}_Q \cdot \vec{n}_{Q'} = 3 \times 4 + (-2) \times 1 + 1 \times (-1)$
 $= 12 - 2 - 1 = 9 \neq 0$

Donc $\vec{n}_Q$ et $\vec{n}_{Q'}$ ne sont pas orthogonaux
et les plans Q et Q' ne sont pas orthogonaux.

Donc la seule réponse possible est la réponse c

Exercice 3

1) on a $\sqrt{1} = \ln(-1 + 2e^{\sqrt{0}}) = \ln(-1 + 2e^{\ln(4)}) = \ln(-1 + 2 \times 4) = \boxed{\ln 7}$
et $w_0 = -1 + e^{\sqrt{0}} = -1 + e^{\ln(4)} = -1 + 4 = \boxed{3}$

2) a) c'est la formule 2 qu'il faut choisir car il faut le signe $\equiv$ et que la valeur dans la cellule B3 se calcule à partir de la cellule B2.

b) D'après la feuille de calcul, la suite (v_n) semble être croissante.

c) initialisation on a $\sqrt{0} = \ln(4)$ et $\sqrt{1} = \ln(7)$

donc on a bien $\sqrt{1} > \sqrt{0}$.

Hérédité on suppose que l'on a $\sqrt{n+1} > \sqrt{n}$

on a donc $e^{\sqrt{n+1}} > e^{\sqrt{n}}$ *application d'une fonction croissante qui conserve l'ordre*

$$\text{et donc on a } 2e^{\sqrt{n+1}} > 2e^{\sqrt{n}}$$

$$\text{soit } -1 + 2e^{\sqrt{n+1}} > -1 + 2e^{\sqrt{n}}$$

$$\text{on obtient } \ln(-1 + 2e^{\sqrt{n+1}}) > \ln(-1 + 2e^{\sqrt{n}}) \quad \text{à nouveau, on applique une fonction croissante!}$$

$$\text{c'est à dire } \sqrt{n+2} > \sqrt{n+1}$$

donc, d'après le principe de récurrence, on aura bien, pour tout n , $\sqrt{n+1} > \sqrt{n} \rightarrow$ la suite $(\sqrt{n})$ est donc croissante.

3) a) on calcule $w_{n+1} = -1 + e^{\sqrt{n+1}}$
 $= -1 + e^{\ln(-1 + 2e^{\sqrt{n}})}$
 $= -1 - 1 + 2e^{\sqrt{n}}$
 $= -2 + 2e^{\sqrt{n}}$
 $= 2(-1 + e^{\sqrt{n}}) = 2w_n$

$$\text{donc on a } w_{n+1} = 2w_n$$

$\hookrightarrow$ la suite (w_n) est donc géométrique de raison 2 et de premier terme $w_0 = 3$.

b) on applique la formule des suites géométriques

$$w_n = w_0 \times q^{(n-0)}$$

$$= 3 \times 2^n$$

$$\hookrightarrow \boxed{w_n = 3 \times 2^n}$$

et on sait que $W_n = -1 + e^{V_n}$

on a donc $e^{V_n} = W_n + 1$

soit ~~$\ln(e^{V_n})$~~ $= \ln(W_n + 1)$

on obtient $V_n = \ln(W_n + 1)$
 $= \ln(3 \times 2^n + 1)$.

c) on sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ si $q > 1$

Donc, ici, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + 3 \times 2^n) = +\infty$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(1 + 3 \times 2^n) = +\infty$

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$

- 4) L'algorithme fera des boucles tant que les termes de la suite sont inférieures à la valeur de S donnée et il s'arrêtera dès que ces termes vont dépasser cette valeur de S , afin d'afficher le rang du premier terme qui dépassera S .
Cela sera toujours possible car on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$, avec (V_n) croissante, et donc pour tout nombre S , on aura le rang n d'un premier terme qui dépasse S .

Exercice 4

Partie A 1) Le tirage est sans remise. Il y a donc 60 choix pour le premier nombre et 59 choix pour le deuxième choix.
Il y a donc $60 \times 59 = \boxed{3540}$ couples possibles.

2) on veut que le discriminant Δ soit strictement positif (> 0).
c'est à dire $(2)^2 - 4 \times a \times c > 0$ soit $4ac < 4$ ou $\boxed{ac < 1}$

3) L'événement $\bar{\Pi}$ va signifier que $ac \geq 1$
→ il faut donc que "a" et "c" aient le même signe.
On peut prendre n'importe laquelle des 30 valeurs positives possibles pour "a", que l'on associe à l'une des 29 valeurs positives restantes → cela donne $30 \times 29 = 870$ choix.
On a un raisonnement similaire pour les valeurs négatives et cela donne un total de $870 + 870 = \boxed{1740}$ issues.

4) L'événement Π est l'événement contraire de $\bar{\Pi}$.
Il comporte donc $3540 - 1740 = 1800$ issues
et on obtient une probabilité égale à $\frac{1800}{\text{nombre total d'issues}} \approx \boxed{0,51}$
→ 3540

Partie B

1) on a $y' + 10y = 0 \rightarrow y' = -10y$
et, en appliquant directement le cours, on obtient
 $y = \boxed{Ae^{-10x}}$ avec $A \in \mathbb{R}$.

2) on a $f(x) = (6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1}$

$$\text{on calcule } f'(x) = \underbrace{(12x+2)}_u \times \underbrace{e^{-5x+1}}_v + \underbrace{(6x^2+2x-2)}_u \times \underbrace{(-5e^{-5x+1})}_{v'}$$
$$= e^{-5x+1} (12x+2 - 30x^2 - 10x + 10)$$
$$= e^{-5x+1} (-30x^2 + 2x + 12)$$

$$\text{on a donc } f'(x) + 10f(x) = e^{-5x+1} (-30x^2 + 2x + 12) + 10(6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1}$$
$$= e^{-5x+1} (-30x^2 + 2x + 12 + 60x^2 + 20x - 20)$$
$$= e^{-5x+1} (30x^2 + 22x - 8)$$

et donc f est bien une solution particulière de (E). c'est bien le résultat attendu.

3) Les solutions de l'équation (E) s'écrivent :

$$\underbrace{Ae^{-10x}}_{\text{solution de l'équation homogène}} + \underbrace{(6x^2 + 2x - 2)e^{-5x+1}}_{\text{solution particulière de (E)}}, \text{ avec } A \in \mathbb{R}$$

Partie C

1) en $-\infty$, on a une forme indéterminée par $6x^2 + 2x - 2$

→ on factorise et on a $6x^2 + 2x - 2 = x^2(6 + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2})$

on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{x^2} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} (6 + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}) = 6$

et, par produit, avec $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$, on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2(6 + \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}) = \boxed{+\infty}$

De plus, on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5x + 1 = +\infty$. donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-5x+1} = \boxed{+\infty}$

Donc, par produit, on obtient $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \boxed{+\infty}$

2) on résout $f(x) = 0 \Leftrightarrow (6x^2 + 2x - 2) e^{-5x+1} = 0$
 $\neq 0$ pour tout x !

Donc on résout $6x^2 + 2x - 2 = 0$

On utilise alors la partie A avec $a = 6$ et $c = -2$

on a donc $ac = 6 \times (-2) = -12 < 1 \rightarrow$ c'est l'événement M.

Donc il y a 2 solutions, qui donneront 2 points.

3) L'énoncé parle d'utiliser la partie B, cela ne me paraît pas le plus pertinent !!

on a $f(x) = (6x^2 + 2x - 2) e^{-5x+1}$

Donc on a $f'(x) = (12x + 2) e^{-5x+1} + (6x^2 + 2x - 2)(-5e^{-5x+1})$

$$= e^{-5x+1} (12x + 2 - 30x^2 - 10x + 10)$$

$$= e^{-5x+1} (-30x^2 + 2x + 12)$$

Une tangente horizontale correspond à $f'(x) = 0$

c'est à dire ici à $-30x^2 + 2x + 12 = 0$

on utilise alors la partie A avec $a = -30$ et $c = 12$

on a donc $ac = -30 \times 12 = -360 < 1 \rightarrow$ c'est l'événement M.

Donc il y a 2 solutions, qui correspondent à 2 tangentes horizontales.

4) Le signe de $f(x)$ ne dépend que du signe de $(-30x^2 + 2x + 12)$ car on a $e^{-5x+1} > 0$ pour tout x .

on calcule $\Delta = (2)^2 - 4 \times (-30) \times 12 = 1444 > 0$

$$\hookrightarrow 2 \text{ racines : } x_1 = \frac{-2 - \sqrt{1444}}{2 \times (-30)} = \frac{-2 - 38}{-60} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{1444}}{2 \times (-30)} = \frac{-2 + 38}{-60} = \boxed{-0,6}$$

on obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$	$-0,6$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0
variations de f				

5) sur l'intervalle $[-0,6; +\infty[$, le maximum de la fonction est égal à $f(\frac{2}{3}) \approx 0,19 \rightarrow$ aucune solution sur cet intervalle pour $f(x) = 1$.
 sur l'intervalle $] -\infty; -0,6]$, la fonction est strictement décroissante et continue.
 on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $f(-0,6) \approx -56,76$
 et on a donc bien $1 \in [f(-0,6); +\infty[$.
 donc, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 1$ possède une unique solution sur $] -\infty; -0,6]$, et donc aussi sur $\mathbb{R}$.

6) a) on a $F(x) = (-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125})e^{-5x+1}$

et on calcule $F'(x) = (-\frac{12}{5}x - \frac{22}{25})e^{-5x+1} + (-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125})(-5e^{-5x+1})$
 $= e^{-5x+1}(-\frac{12}{5}x - \frac{22}{25} + 6x^2 + \frac{22}{5}x - \frac{28}{25})$
 $= e^{-5x+1}(6x^2 + 2x - 2)$

donc on a bien $F'(x) = f(x)$ pour tout x .

donc la fonction F est bien une primitive de la fonction f .

b) on a donc $I_m = \int_{0,2}^m f(x) dx = F(m) - F(0,2)$

avec $F(0,2) = 0$

on a donc $I_m = (-\frac{6}{5}m^2 - \frac{22}{25}m + \frac{28}{125})e^{-5 \times 0,2 + 1} = e^0 = 1$

on veut résoudre $I_m = 0$ soit $-\frac{6}{5}m^2 - \frac{22}{25}m + \frac{28}{125} = 0$

$\hookrightarrow$ on calcule $\Delta = (-\frac{22}{25})^2 - 4 \times (-\frac{6}{5}) \times (\frac{28}{125}) = \frac{1156}{625} > 0$

donc on a 2 racines (avec $\sqrt{\Delta} = \frac{34}{25}$)

$x_1 = \frac{\frac{22}{25} - \frac{34}{25}}{2 \times (-\frac{6}{5})} = -\frac{14}{15}$ et $x_2 = \frac{\frac{22}{25} + \frac{34}{25}}{2 \times (-\frac{6}{5})} = 0,2$

donc, pour $m > 0,2$, il n'y aura pas de solutions pour $I_m = 0$.
 Et l'aire algébrique sous la courbe de f ne s'annulera pas entre les droites verticales d'équations $x = 0,2$ et $x = m (> 0,2)$.