

Exercice 2 : Les réponses de ce QCM sont : 1 → c
2 → b
3 → a
4 → c

Voici quelques explications même si ce n'est pas demandé.
D'autant plus qu'ici, la stratégie consistant à éliminer deux des possibilités afin de valider la troisième va être utilisée !!

Question 1

on utilise les coefficients de chaque paramètre afin d'avoir un coefficient directeur de chaque droite.

On a $\vec{v}_{d_1} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}_{d_2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires
(on a $-3:1 = -3$ et $2:2 = 1 \neq -3$)

↳ de plus, on a $\vec{v}_{d_1} \cdot \vec{v}_{d_2} = -3 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 1 = 2 \neq 0$

et les droites ne peuvent donc pas être orthogonales.

Donc la seule réponse possible est la réponse c

Question 2

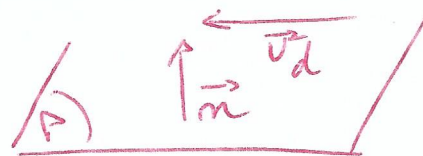
on considère un vecteur directeur de la droite d : $\vec{v}_d \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

et un vecteur normal au plan P : $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

on a $\vec{v}_d \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \times 4 + (-1) \times 2 + 2 \times (-1) = 0$

Donc on a $\vec{v}_d \perp \vec{n}$.

Donc la droite d est parallèle au plan
ou incluse dans celui-ci.



Du coup, on considère un point de la droite en prenant, par exemple, la valeur $t=0$ → on obtient $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On vérifie si ce point appartient au plan :

on calcule $4 \times 1 + 2 \times 3 - 1 + 3 = 12 \neq 0$

Donc ce point n'appartient pas au plan

Donc la droite est strictement parallèle au plan

→ réponse b

Question 3 on s'intéresse aux propositions ⑤ et ⑥ qui sont faciles à vérifier.

* on a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 7-3 \\ 3-2 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} -1-3 \\ 4-2 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires.
(on a $4 : (-4) = -1$ et $1 : 2 = 0,5 \neq -1$)

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

* on a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 3-4 \\ 5-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

↳ ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires.
(on a $4 : (-2) = -2$ et $1 : (-1) = -1 \neq -2$)

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ne sont pas colinéaires.

Donc la seule réponse possible est la réponse a

Question 4 on s'intéresse aux propositions ② et ③ qui sont faciles à vérifier.

* on calcule $3 \times 1 - 2 \times 1 + (-2) + 1 = 3 - 2 - 2 + 1 = 0$
 $\xrightarrow{x_R} \xrightarrow{y_R} \xrightarrow{z_R}$ Donc $R \in Q$.

on calcule $4 \times 1 + 1 - (-2) + 3 = 4 + 1 + 2 + 3 = 10 \neq 0$
Donc $R \notin Q$.

Donc la proposition ② n'est pas bonne.

* on s'intéresse maintenant aux vecteurs normaux de chaque plan → on a $\vec{n}_Q \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{n}_{Q'} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

on calcule alors $\vec{n}_Q \cdot \vec{n}_{Q'} = 3 \times 4 + (-2) \times 1 + 1 \times (-1)$
 $= 12 - 2 - 1 = 9 \neq 0$

Donc $\vec{n}_Q$ et $\vec{n}_{Q'}$ ne sont pas orthogonaux
et les plans Q et Q' ne sont pas orthogonaux.

Donc la seule réponse possible est la réponse c