

Exercice 2 Les réponses de ce QCM sont

$$1 \rightarrow a$$

$$2 \rightarrow d$$

$$3 \rightarrow b$$

$$4 \rightarrow b$$

et on va donner quelques explications même si ce n'est pas demandé dans ce type de QCM.

Question 1 Les vecteurs directeurs des droites sont :

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ 5 - 1 \\ 2 - 4 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{d} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \leftarrow \text{on utilise la représentation paramétrique.}$$

on calcule $3:4 = 0,75$ et $0:4 = 0 \neq 0,75$

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{d}$ ne sont pas colinéaires
et les droites (AB) et (d) ne sont pas parallèles.

De plus, on calcule $\vec{AB} \cdot \vec{d} = 4 \times 3 + 4 \times 0 + (-2) \times (-5) = 22 \neq 0$
et les droites (AB) et (d) ne peuvent pas être perpendiculaires.

De plus, une représentation paramétrique de (AB) est $\begin{cases} x = -3 + 4t' \\ y = 1 + 4t' \\ z = 4 + (-2)t' \end{cases}$
et on s'intéresse à l'intersection
entre les droites (AB) et (d) .
point A $\vec{AB}$

$$\rightarrow \text{on résout } \begin{cases} -3 + 4t' = -6 + 3t \rightarrow t = 1 \\ 1 + 4t' = 1 \rightarrow t' = 0 \\ 4 - 2t' = 9 - 5t \rightarrow t = 1 \end{cases} \rightarrow \text{on obtient bien la même valeur de } t.$$

Donc il existe bien un point d'intersection $\rightarrow$ réponse a)

Question 2

$$\text{on a } \vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et un vecteur normal à } P \text{ sera } \vec{n}_P \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

on utilise l'équation cartésienne de (P)

$$\text{Donc on a } \vec{AB} = \vec{n}_P.$$

La droite (AB) est donc orthogonale au plan (P) .
cela exclut automatiquement les réponses a), b) et c)
et la réponse d) est bien la seule possible.

Question 3 : on s'intéresse aux vecteurs normaux des plans (P) et (P').

↳ on a $\vec{n}_P \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{n}_{P'} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ ← ces 2 vecteurs sont obtenus avec les équations cartésiennes !

on a $2:4 = 0,5$ et $1:4 = 0,25 \neq 0,5$

Donc les vecteurs $\vec{n}_P$ et $\vec{n}_{P'}$ ne sont pas colinéaires.

Donc les plans ne sont pas parallèles et ne sont pas confondus.

Par contre, on a $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_{P'} = 4 \times 2 + 4 \times 1 + (-2) \times 6 = 8 + 4 - 12 = 0$

Donc on a $\vec{n}_P \perp \vec{n}_{P'}$ et les plans sont perpendiculaires
→ réponse b.

Question 4

on a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et on a donc $AB = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{36} = 6$

on a $\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ et on a donc $AC = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$

on calcule alors $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} = 4 \times 3 + 4 \times 0 + (-2) \times (-5) = 22$

et on sait que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$
 $(=6) \quad (= \sqrt{34})$

on en déduit $6 \times \sqrt{34} \times \cos(\widehat{BAC}) = 22$

soit $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{22}{6\sqrt{34}}$

et $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\frac{22}{6\sqrt{34}}\right) \approx 51^\circ$

→ réponse b