Exercice 2

AFFIRMATION 1

Un vecteur directeur de la droite D sera $\vec{v_D}\begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}$

et un vecteur directeur de la droite D' sera $\vec{v_{D'}}\begin{pmatrix}2\\-6\\-8\end{pmatrix}$.

↳ on constate que $\vec{v_{D'}} = -2\vec{v_D}$ → les vecteurs sont colinéaires.

et les droites sont donc bien parallèles. → $\boxed{\text{VRAIE}}$

AFFIRMATION 2

Les points A, B et C ne sont pas alignés et on va donc considérer les deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ (non colinéaires).

On va vérifier si on a $\vec{v_D}\cdot\vec{AB}=0$ et $\vec{v_D}\cdot\vec{AC}=0$

vecteur directeur de la droite D.

↳ on a $\vec{v_D}\cdot\vec{AB} = \begin{pmatrix}-1\\3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix} = -1\times3+3\times0+4\times(-5)$

$= -23 \neq 0$.

Donc $\vec{v_D}$ n'est pas orthogonal à $\vec{AB}$

Donc la droite D n'est pas orthogonale au plan (ABC) → $\boxed{\text{FAUSSE}}$

AFFIRMATION 3

On résout le système $\begin{cases} 2+2t = -4+2t' \\ 4-6t = 1-3t' \\ 9-8t = 2+t' \end{cases}$ on utilise cette équation pour isoler t'.

On obtient $\begin{cases} 2+2t=-4+2(7-8t) \\ 4-6t=1-3(7-8t) \\ t'=7-8t \end{cases}$ → $\begin{cases} 2+2t=-4+14-16t \\ 4-6t=1-21+24t \\ t'=7-8t \end{cases}$

et on obtient $\begin{cases} t=\frac{8}{18}=\frac{4}{9} \\ t=\frac{8}{15} \\ t'=7-8t \end{cases}$ les deux équations nous donnent des valeurs de t différentes → impossible !

Donc le système n'admet pas de solutions

Donc les droites ne sont pas sécantes → $\boxed{\text{FAUSSE}}$

AFFIRMATION 4

on commence par vérifier si le point F appartient bien au plan.
↳ on teste les coordonnées de F avec l'équation cartésienne de P.

On a : $2\times(-3)-3\times(-3)+3-6=-6+9+3-6=\boxed{0} \rightarrow \boxed{OK}$

et on vérifie que le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est bien colinéaire au vecteur normal $\vec{n}$ de P.

On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -3-(-5) \\ -3-0 \\ 3-2 \end{pmatrix} \rightarrow \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et on a $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{EF}=\vec{n}$

donc $\overrightarrow{EF}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires, et $\overrightarrow{EF}$ est bien orthogonal à P $\rightarrow \boxed{OK}$

$\rightarrow$ $\boxed{\text{VRAIE}}$

AFFIRMATION 5

il faut ici que le vecteur normal $\vec{n'}$ au plan P' soit orthogonal au vecteur directeur $\vec{v_\Delta}$ de la droite Δ.

↳ on va utiliser le produit scalaire.

on calcule $\vec{n'}\cdot\vec{v_\Delta}=\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -a^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}=-3\times(-1)+1\times3+(-a^2)\times4$
$=3+3-4a^2=-4a^2+6$

on veut $\vec{n'}\cdot\vec{v_\Delta}=0$ soit $-4a^2+6=0 \rightarrow a^2=\frac{3}{2}$

et il y a donc <u>deux valeurs possibles</u> : $\sqrt{\frac{3}{2}}$ et $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

$\rightarrow$ $\boxed{\text{FAUSSE}}$