Exercice 2 Les réponses de ce QCM sont 1 → a)
2 → d)
3 → b)
4 → b)

Question 1 Les vecteurs directeurs des droites sont $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v_d}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$

↳ on a $3:4=0{,}75$ et $0:4=0\neq 0{,}75$
donc les vecteurs ne sont pas colinéaires
et les droites ne sont pas parallèles

↳ on a $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{v_d}=4\times3+4\times0+(-2)\times(-5)=22\neq0$
donc les droites ne peuvent pas être perpendiculaires

↳ il reste à choisir entre a) et c)

Une représentation paramétrique de (AB) est $\begin{cases}x=-3+4t'\\y=1+4t'\\z=4+(-2)t'\end{cases}$

↳ on résout $\begin{cases}-3+4t'=-6+3t & \longrightarrow t=1\\1+4t'=1 & \longrightarrow t'=0\\4-2t'=9-5t & \longrightarrow t=1\end{cases}$ on obtient bien la même valeur de t.

donc il existe bien un point d'intersection → réponse a.

Question 2 on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ et un vecteur normal à P sera $\overrightarrow{n_P}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$

↳ on a $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{n_P}$ et la droite (AB) est donc orthogonale au plan (P).
cela exclut automatiquement les réponses a), b) et c)
et la réponse (d) est la seule possible
→ réponse d

Question 3 : on s'intéresse aux vecteurs normaux des plans P et P'.

on a $\vec{n}_P \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{n}_{P'} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

↳ on a $2 : 4 = 0{,}5$ et $1 : 4 = 0{,}25 \neq 0{,}5$
donc les vecteurs ne sont pas colinéaires
et les plans ne sont pas parallèles (ni confondus !!).

↳ on a $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_{P'} = 4 \times 2 + 4 \times 1 + (-2) \times 6 = 8 + 4 - 12 = \boxed{0}$
donc on a $\vec{n}_P \perp \vec{n}_{P'}$
et les plans sont perpendiculaires → réponse b

Question 4 on aura $\vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$.

et on calcule $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4 \times 3 + 4 \times 0 + (-2) \times (-5) = \boxed{22}$

or on sait que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

avec $AB = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{36} = 6$

$AC = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$

on a donc $6 \times \sqrt{34} \times \cos(\widehat{BAC}) = 22$

soit $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{22}{6\sqrt{34}}\right) \simeq \boxed{51°}$

→ réponse b