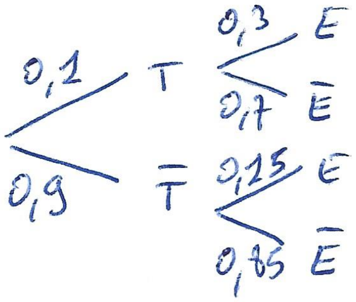
Exercice 1

Partie A

1) on a 

et on a
$p(\bar{T}\cap E) = p(\bar{T}) \times p_{\bar{T}}(E)$
$= 0,9 \times 0,15$
$= \boxed{0,135}$

2) avec les proba. totales, on a :
$p(E) = p(E\cap T) + p(\bar{T}\cap E)$
$= 0,1\times 0,3 + 0,135 = \boxed{0,165}$

3) on cherche $p_E(T) = \dfrac{p(E\cap T)}{p(E)} = \dfrac{0,1\times 0,3}{0,165} \simeq \boxed{0,18}$

Partie B

1) on aura $\boxed{n = 15}$ et $p = p(E) = \boxed{0,165}$

2) on cherche $p(X=5) \simeq \boxed{0,06}$ (calculatrice)

3) on cherche $p(X\geq 1)$ → on peut utiliser directement la calculatrice ou écrire que $p(X\geq 1) = 1 - p(X=0)$
→ on obtient $\boxed{\simeq 0,93}$

4) on cherche n tel que $p(X\geq 1) \geq 0,99$
→ $1 - p(X=0) \geq 0,99$
→ $1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1}\times \underbrace{p^0}_{=1} \times (1-p)^{n-0} \geq 0,99$

on obtient $1 - 0,835^n \geq 0,99$

soit $0,835^n \leq 0,01$

soit $n \times \ln(0,835) \leq \ln(0,01)$

soit $n \geq \dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,835)} \simeq 25,54$

⚠

donc c'est à partir de 26 contrôles.

Partie C

1) on aura $E(X_1) = n \times p = 20 \times 0{,}165 = \boxed{3{,}3}$ erreurs

et $V(X_1) = np(1-p) = 20 \times 0{,}165 \times 0{,}835 = \boxed{2{,}7555}$

2) par linéarité, on a $E(S) = E(X_1 + X_2 + X_3)$

$= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$

$= 3{,}3 + 3{,}3 + 3{,}3 = \boxed{9{,}9}$

et puisque les variables sont indépendantes,

on a $V(S) = V(X_1 + X_2 + X_3)$

$= V(X_1) + V(X_2) + V(X_3)$

$= 2{,}7555 + 2{,}7555 + 2{,}7555 = \boxed{8{,}2665}$

3) On s'intéresse ici à $P(|S - E(S)| < 4)$.

10

or, en utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev,

on sait $P(|S - E(S)| \geq 4) \leq \dfrac{V(S)}{4^2}$

soit $P(|S - 10| \geq 4) \leq \dfrac{8{,}2665}{16}$

soit $1 - P(|S - 10| \geq 4) \geq 1 - \dfrac{8{,}2665}{16}$

soit $P(|S - 10| < 4) \geq 1 - \dfrac{8{,}2665}{16} \geq 0{,}48$

$\approx 0{,}4833$

Donc on a bien $P(|S - 10| < 4) \geq 0{,}48$