Exercice 3

Affirmation 1 un vecteur directeur de (d) sera $\vec{v}_d \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$

et un vecteur normal à P sera $\vec{n}_P \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

→ on a $\vec{n}_P = 6\vec{v}_d$ → les vecteurs sont donc colinéaires et la droite (d) est bien orthogonale au plan P.

On vérifie maintenant si on a bien $H \in (d)$ et $H \in P$:

* a t'on $H \in (d)$? on cherche t tel que $\begin{cases} -8 + \frac{1}{3}t = -6 \\ -1 + \frac{1}{2}t = 2 \\ -4 + t = 2 \end{cases}$

et on obtient $\boxed{t = 6}$ pour les trois égalités.

donc on a bien $H \in (d)$.

* a t'on $H \in P$? on calcule $2 \times \underset{x_H}{(-6)} + 3 \times \underset{y_H}{(2)} + 6 \times \underset{z_H}{2} - 6 = \boxed{0}$

et donc on a aussi $H \in P$ → **VRAIE**

Affirmation 2

on calcule $\vec{CD} \cdot \vec{CH}$ avec $\vec{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{CH} \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

→ on a $\vec{CD} \cdot \vec{CH} = -3 \times (-9) + 2 \times 2 + 0 \times 2 = \boxed{31}$

et on sait que $\vec{CD} \cdot \vec{CH} = CD \times CH \times \cos(\widehat{DCH})$

avec $CD = \sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{13}$

$CH = \sqrt{(-9)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{89}$

on obtient $\sqrt{13} \times \sqrt{89} \times \cos(\widehat{DCH}) = 31$

soit $\widehat{DCH} = \cos^{-1}\left(\frac{31}{\sqrt{13} \times \sqrt{89}}\right) \approx 24{,}3° \neq 17{,}3°$

→ **FAUSSE**

Affirmation 3

un vecteur normal au plan P sera $\vec{n}_P \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

et un vecteur normal au plan P' sera $\vec{n}_{P'} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\rightarrow$ on a $2 : 1 = 2$ et $3 : (-2) = -1{,}5 \neq 2$

Les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les plans ne sont pas parallèles $\rightarrow$ ils sont sécants

On vérifie maintenant si la droite est incluse dans chaque plan

↳ $2(3-3t) + 3\times 0 + 6\times t - 6 = 6 - 6t + 6t - 6 = 0 \rightarrow \boxed{OK}$

et $3 - 3t - 2\times 0 + 3\times t - 3 = 3 - 3t + 3t - 3 = 0 \rightarrow \boxed{OK}$

Donc Δ est bien la droite d'intersection des 2 plans $\rightarrow \boxed{\text{VRAIE}}$

Affirmation 4

on vérifie déjà si on a bien $\vec{HJ} \perp \vec{CD}$

↳ on calcule $\vec{HJ} \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} 24/13 \\ 36/13 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{24}{13}\times(-3) + \frac{36}{13}\times 2 + (-2)\times 0$

$\rightarrow$ on obtient $\vec{HJ} \cdot \vec{CD} = \boxed{0}$ donc on a bien $\vec{HJ} \perp \vec{CD}$.

on vérifie maintenant si le point J appartient à (CD)

↳ on peut vérifier l'alignement des points J, C et D en étudiant la colinéarité des vecteurs $\vec{JC}$ et $\vec{CD}$

ou on peut écrire la représentation paramétrique de (CD)

avec $\begin{cases} x = 3 + (-3)t = 3 - 3t \\ y = 0 + 2t = 2t \\ z = 0 + 0 = 0 \end{cases}$

la droite (CD) le point J

et on vérifie si une valeur de t vérifie $\begin{cases} 3 - 3t = \frac{-54}{13} \\ 2t = \frac{62}{13} \\ 0 = 0 \end{cases}$

↳ on obtient bien $t = \frac{31}{13}$ pour les deux équations

et on a bien $J \in (CD)$ avec $\vec{HJ} \perp \vec{CD}$

$\rightarrow \boxed{\text{VRAIE}}$