Exercice 4

1) On va vérifier que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires.

On a $\vec{AB}\begin{pmatrix}4-(-1)\\-2-(-1)\\4-17\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\-1\\-13\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}1-(-1)\\-3-(-1)\\7-17\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-2\\-10\end{pmatrix}$

et on a $2:5=0{,}4$ et $-2:(-1)=2\neq 0{,}4$

Donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

↳ ces points définissent donc un plan (ABC).

2) a) On a $\vec{n}\cdot\vec{AB}=\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\-1\\-13\end{pmatrix}=2\times5+(-3)\times(-1)+1\times(-13)=\boxed{0}$

et on a $\vec{n}\cdot\vec{AC}=\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\-10\end{pmatrix}=2\times2+(-3)\times(-2)+1\times(-10)=\boxed{0}$

↳ On a donc $\vec{n}\perp\vec{AB}$ et $\vec{n}\perp\vec{AC}$ et donc on a $\boxed{\vec{n}\perp P}$

b) On utilise alors les coordonnées de $\vec{n}$ pour obtenir l'équation cartésienne de P : $\underset{a}{2}x+\underset{b}{(-3)}y+\underset{c}{1}z+d=0$

On obtient $2x-3y+z+d=0$

or on a $A\in P$ donc $2\times\underset{x_A}{(-1)}-3\times\underset{y_A}{(-1)}+\underset{z_A}{17}+d=0$

On en déduit $d=-18$ et donc $\boxed{2x-3y+z-18=0}$

3) a) On prend les coefficients liés au paramètre t

et on a donc $\vec{v_d}\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix}$

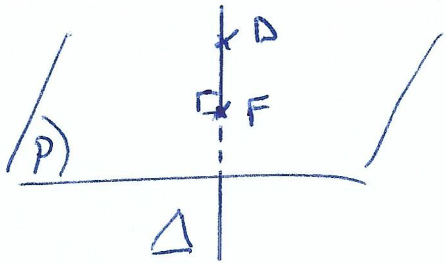
b) On remplace les coordonnées de la droite dans l'équation du plan $\longrightarrow$ $2(3t+2)-3(t+5)+(4t-1)-18=0$

soit $7t-28=0$ $\longrightarrow$ $t=\frac{28}{7}=\boxed{4}$

↳ On obtient les coordonnées de E :

$$E\begin{pmatrix}x=3\times4+2\\y=4+5\\z=4\times4+1\end{pmatrix}\text{ soit }E\begin{pmatrix}14\\9\\17\end{pmatrix}$$

4 croquis



L'énoncé nous donne toutes les indications nécessaires.

La distance entre le point D et le plan P correspond à la distance entre D et son projeté orthogonal F sur P.

On calcule donc : $DF = \sqrt{(6-2)^2+(-1-5)^2+(3-1)^2}$

soit $DF = \sqrt{56} = \boxed{2\sqrt{14}}$

5 Sachant que la distance FD est la distance la plus courte possible entre le point D et le plan P, le nouveau drone pourra arriver à temps si la distance parcourue en 40 s à $18{,}6\,m.s^{-1}$ est supérieure ou égale à $2\sqrt{14}$ centaines de mètres.

On a $v = \dfrac{d}{t} \rightarrow d = v \times t = 18{,}6 \times 40 = \boxed{744\,m}$

et on a $2\sqrt{14} \approx 7{,}48$ centaines de mètres

$\approx \boxed{748 \text{ mètres}}$

On a $748 > 744$ et donc, dans tous les cas, le nouveau drone ne pourra pas arriver à temps.