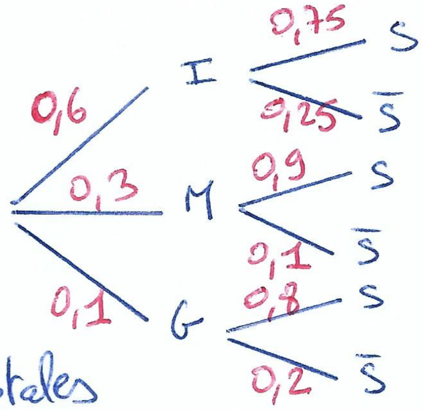
Exercice 2

1) on a l'arbre suivant



2) on a $p(I \cap S) = p(I) \times p_I(S)$
$= 0{,}6 \times 0{,}75 = \boxed{0{,}45}$

3) on utilise la formule des probabilités totales
$$p(S) = p(I \cap S) + p(M \cap S) + p(G \cap S)$$
$$= 0{,}45 + 0{,}3 \times 0{,}9 + 0{,}1 \times 0{,}8 = \boxed{0{,}8}$$

4) on cherche $p_S(I) = \dfrac{p(I \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}45}{0{,}8} \approx \boxed{0{,}563}$

5) a) on considère que l'on a ici un tirage qui se déroule de façon identique, indépendante, avec deux issues possibles → loi binomiale de paramètres
$n = \boxed{30}$ et $p = p(S) = \boxed{0{,}8}$

b) on cherche $p(X \geq 25) \approx \boxed{0{,}427}$

suivant votre calculatrice, il faut passer par $1 - p(X \leq 24)$

6) La phrase " au moins un client non satisfait " nous amène à chercher $p(\overline{S} \geq 1) \geq 0{,}99$ avec $p(\overline{S}) = \boxed{0{,}2}$

→ on obtient $1 - p(\overline{S} = 0) \geq 0{,}99$

soit $1 - \underbrace{\binom{n}{0}}_{=1} \times \underbrace{0{,}2^0}_{=1} \times (1-0{,}2)^n \geq 0{,}99$

et donc on résout : $1 - (0{,}8)^n \geq 0{,}99$

soit $(0{,}8)^n \leq 0{,}01$ 1-0,99

soit $\ln(0{,}8)^n \leq \ln(0{,}01)$

soit $n \times \ln(0{,}8) \leq \ln(0{,}01)$

soit $n \geq \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}8)} \approx 20{,}6$ soit à partir de $\boxed{21}$ clients.

on inverse car $\ln(0{,}8)$ est négatif

$\boxed{7}$ a) on a $E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2)$

$= 4 + 3 = \boxed{7}$ jours.

et puisque les variables sont indépendantes, on a :

$V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2) = 2 + 1 = \boxed{3}$

b) on cherche $p(5 \leq T \leq 9)$ soit $p(|T-7| \leq 2)$

avec $E(T) = 7$.

↳ on reconnait l'utilisation de l'inégalité de Bienaymé Tchebychev : $p(|T-7| \geq 3) \leq \frac{V(T)}{3^2}$

c'est la petite subtilité de cette question.

on va passer par l'événement contraire de "$5 \leq T \leq 9$", qui sera donc "$T \leq 4$ ou $T \geq 10$"

c'est à dire $|T-7| \geq 3$.

on a donc $p(|T-7| \geq 3) \leq \frac{3}{3^2}$

soit $p(|T-7| \geq 3) \leq \frac{1}{3}$

c'est à dire $1 - p(|T-7| \leq 2) \leq \frac{1}{3}$

soit $p(|T-7| \leq 2) \geq 1 - \frac{1}{3}$

soit $p(|T-7| \leq 2) \geq \boxed{\frac{2}{3}}$.