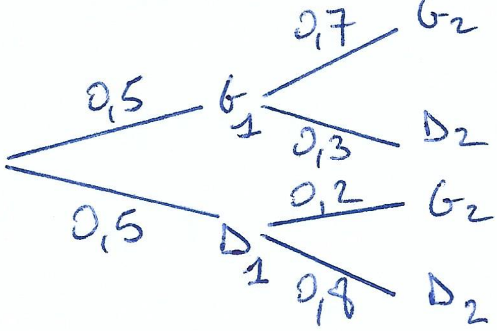
Exercice 2

1) On cherche $p_{G_1}(D_2)$, la probabilité de perdre la 2e partie sachant qu'elle a gagner la première.

D'après l'énoncé, on a $p_{G_1}(D_2) = 1 - 0{,}7 = \boxed{0{,}3}$

$p_{G_1}(G_2)$

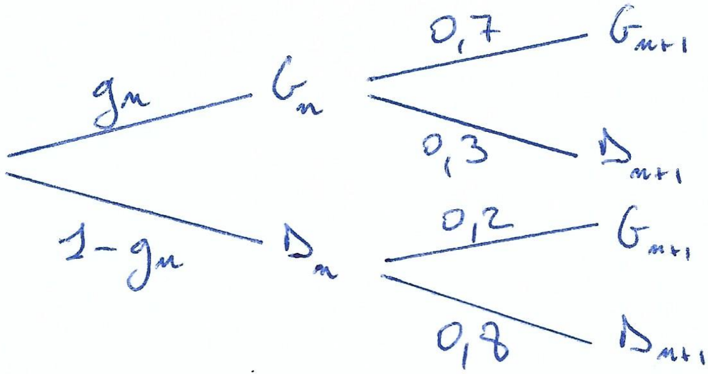
2) On a l'arbre suivant



3) On cherche $g_2 = p(G_2)$ et on utilise la formule des probabilités totales : $p(G_2) = p(G_1 \cap G_2) + p(D_1 \cap G_2)$

$\rightarrow g_2 = p(G_2) = 0{,}5 \times 0{,}7 + 0{,}5 \times 0{,}2 = \boxed{0{,}45}$

4) a) Les probabilités conditionnelles sont inchangées ici par rapport à l'arbre de la question 2.



b) On calcule $g_{n+1} = P(G_{n+1})$ en utilisant, à nouveau, la formule des probabilités totales.

On a : $g_{n+1} = P(G_{n+1}) = p(G_n \cap G_{n+1}) + p(D_n \cap G_{n+1})$

$= g_n \times 0{,}7 + (1 - g_n) \times 0{,}2$

et on obtient $g_{n+1} = 0{,}7 g_n + 0{,}2 - 0{,}2 g_n$

soit $g_{n+1} = 0{,}5 g_n + 0{,}2$

$\boxed{5}$ ⓐ on a $g_{n+1} = 0,5 g_n + 0,2$ et $v_n = g_n - 0,4$

↳ donc $g_n = v_n + 0,4$

↳ on part de $v_{n+1} = g_{n+1} - 0,4$ — on remplace g_n par $v_n + 0,4$

$= 0,5 g_n + 0,2 - 0,4$

$= 0,5(v_n + 0,4) - 0,2 = 0,5 v_n + \cancel{0,2} - \cancel{0,2}$

soit $\boxed{v_{n+1} = 0,5 v_n}$

Donc (v_n) est bien une suite géométrique de raison $\boxed{0,5}$ et de premier terme $v_1 = g_1 - 0,4 = 0,5 - 0,4 = \boxed{0,1}$

ⓑ on en déduit, avec la formule des suites géométriques :

$v_n = v_1 \times q^{n-1} = 0,1 \times 0,5^{n-1}$

⚠

et donc on a : $g_n = v_n + 0,4 = \boxed{0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4}$

$\boxed{6}$ on calcule $g_{n+1} - g_n = 0,1 \times 0,5^{n} + 0,4 - (0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4)$

$= 0,1 \times 0,5^{n} - 0,1 \times 0,5^{n-1}$

$= \underbrace{0,1 \times 0,5^{n-1}}_{\text{positif}} \times \underbrace{(0,5 - 1)}_{\text{négatif}} < 0$ (négatif)

↳ la suite (g_n) est <u>décroissante</u>.

$\boxed{7}$ on a $\lim_{n \to +\infty} 0,5^{n-1} = 0$ car $0 < 0,5 < 1$

donc on a $\lim_{n \to +\infty} g_n = \boxed{0,4}$

→ à terme, la probabilité de gagner une partie sera égale à 0,4 (ou 40%).

$\boxed{8}$ on résout $g_n - 0,4 \leq 0,001$ → $0,1 \times 0,5^{n-1} \leq 0,001$

→ $0,5^{n-1} \leq 0,01$

→ $\ln 0,5^{n-1} \leq \ln 0,01$

→ $(n-1) \ln 0,5 \leq \ln 0,01$

inversion car $\ln 0,5$ est négatif

et on obtient $n \geq \dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,5} + 1 \approx 7,64$

soit, à partir de $n = 8$.

$\boxed{9}$ ligne 4 : while g > 0.4 + e

ligne 5 : g = 0,5 * g + 0,2

ligne 6 : n = n + 1 — à bien rajouter ici !!