Exercice 1

1 on effectue ici des tirages AVEC remise
→ il y a 8 possibilités pour le premier jeton
et il y a 8 possibilités pour le deuxième jeton
et il y a 8 possibilités pour le troisième jeton
soit un total de $8 \times 8 \times 8 = \boxed{512}$ tirages possibles.

2 ⓐ on a toujours 8 possibilités pour le premier jeton
MAIS il nous reste 7 possibilités pour le deuxième jeton
PUIS il nous reste 6 possibilités pour le troisième jeton.
on ne doit tirer à nouveau le premier jeton pioché.
soit un total ici de $8 \times 7 \times 6 = \boxed{336}$ tirages sans répétition.

⚠ on aurait pu aussi reconnaître un arrangement de 3 jetons parmi 8 → $A_3^8 = \dfrac{8!}{(8-3)!} = \dfrac{8!}{5!} = 336$.

ⓑ L'évènement contraire de "tirages avec au moins une répétition" est "tirages sans répétition".
Donc le nombre de tirages avec au moins une répétition est égale à :

$$\underbrace{512}_{\text{nombre total de tirages}} - \underbrace{336}_{\text{nombre de tirages sans répétition}} = \boxed{176}$$

3 cette variable aléatoire X_1 ne concerne que le premier jeton pioché
→ on a une chance sur huit d'obtenir chacun des numéros.
On obtient donc la loi de probabilité :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$

↳ on aurait pu marquer $\frac{1}{8}$ ou 0,125 ou 12,5%.

$\boxed{4}$ on applique la formule $E(X_1) = \sum_i p_i x_i$

$$= p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_8 x_8$$

et on obtient $E(X_1) = \frac{1}{8} \times 1 + \frac{1}{8} \times 2 + \dots + \frac{1}{8} \times 8 = \boxed{4{,}5}$

$\boxed{5}$ Les variables X_1, X_2 et X_3 auront la même loi de probabilité et la même espérance.
On applique alors le principe de la linéarité de l'espérance.

On a : $E(X) = E(X_1 + X_2 + X_3)$
$$= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$
$$= 4{,}5 + 4{,}5 + 4{,}5 = \boxed{13{,}5}$$

$\boxed{6}$ on a $P(S = 24) = P(\text{obtenir 3 fois le numéro 8})$
$= 1$ chance sur 512

il n'y a qu'un seul tirage qui donnera 8, et 8, et 8.

c'est le nombre total de tirages

soit $p(S = 24) = \boxed{\frac{1}{512}} \approx 0{,}002$.

$\boxed{7}$ ⓐ Le plus simple parait d'effectuer un dénombrement "à la main" en prenant tous les cas possibles.

Là on obtient : 888

on obtient 24

887
878
788
886
868
688

on obtient 23 ou 22

877
787
778

on obtient 22

et tous les autres tirages vont donner une somme égale à 21 ou moins que 21.

Donc il y a bien exactement 10 tirages qui permettent de gagner un lot.

ⓑ La probabilité de gagner un lot est donc égale à :

$\frac{10}{512} \approx 0{,}02$ soit environ 2% de chances.