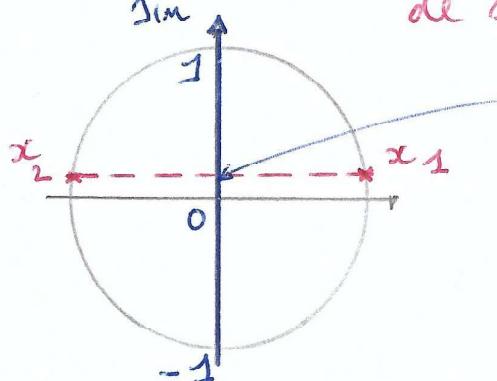


Exercice 5 | Les bonnes réponses du QCM sont :

- 1 → c
- 2 → b
- 3 → d
- 4 → b
- 5 → d

Voir quelques explications même si elles ne sont pas demandées le jour de l'épreuve.

Question 1 → pas de TVI à faire ici, il suffit de s'aider du cercle trigonométrique



on place approximativement la valeur $\sqrt{2}/2$ sur l'axe des sinus et on constate qu'il y a bien 2 solutions.

La réponse **[c]**

Question 2 → on va utiliser la dérivée seconde $f''(x)$.

$$\text{On a } f(x) = x + \sin x$$

$$\hookrightarrow f'(x) = 1 + \cos x$$

$$\hookrightarrow f''(x) = 0 - \sin x = -\sin x$$

or, sur $[0; \pi]$, on a $\sin x \geq 0$

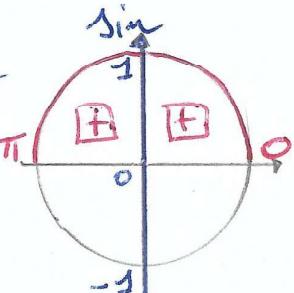
↪ On obtient

	0	π
$f''(x)$	0	-
$f(x)$		

concave

on a $\sin x \geq 0$

Donc $-\sin x \leq 0$



↪ réponse **[b]**

Question 3 → on fait ici un tirage sans remise et sans tenir compte de l'ordre

→ c'est donc comme un tirage simultané de 3 boules parmi les 50 boules

→ le nombre de tirages possibles est une combinaison de 3 parmi 50 → $\binom{50}{3} = \frac{50!}{47!3!} = \frac{50 \times 49 \times 48}{3 \times 2 \times 1}$

→ réponse

Question 4 → on a 2 possibilités pour le premier lancer, puis 2 possibilités pour le deuxième lancer ... etc ...

soit $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10}$ → réponse

Question 5 → avec X la variable aléatoire qui donne le nombre de "pile" sur n lancers, on a une loi binomiale de paramètres n et $p = \frac{1}{2}$.

→ probabilité (au plus deux fois "pile")

$$= p(X=0) + p(X=1) + p(X=2)$$
$$= \binom{n}{0} \times p^0 \times (1-p)^n + \binom{n}{1} \times p^1 \times (1-p)^{n-1} + \binom{n}{2} \times p^2 \times (1-p)^{n-2}$$

avec, d'après le cours, $\binom{n}{0} = 1$ et $\binom{n}{1} = n$

$$\text{et on a aussi } \binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

On obtient :

$$1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^n + n \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$$\text{soit } 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + n \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$$\text{soit } 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{n(n-1)}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{soit } \left(1 + n + \frac{n(n-1)}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow \text{réponse$$