Exercice 4 Les bonnes réponses du QCM sont :

1 → c
2 → a
3 → c
4 → b
5 → c

Voici quelques explications même si elles ne sont pas demandées le jour de l'épreuve.

<u>Question 1</u> : Le vecteur $\vec{n}$ doit être orthogonal à deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}$ (non colinéaires) du plan (ABG) → on utilise le produit scalaire.

→ on a $A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1-0=1\\0-0=0\\0-0=0\end{pmatrix}$ → $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

et on a $G\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}1-0=1\\1-0=1\\1-0=1\end{pmatrix}$ → $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

→ on vérifie $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = 0\times1+(-1)\times0+1\times0 = \boxed{0}$

seul le vecteur $\vec{n}$ de la réponse $\boxed{c}$ va convenir

et $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 0\times1+(-1)\times1+1\times1 = \boxed{0}$

→ réponse $\boxed{c}$.

<u>Question 2</u> : de façon évidente avec le dessin, on voit que la seule possibilité est (DG) // (IJ).

→ on pourrait le vérifier avec la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{IJ}$.

on a $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}0-\frac{1}{2}\\0-0\\1-\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ → $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix}1-0\\1-1\\1-0\end{pmatrix}$ → $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

→ $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DG}$

→ réponse $\boxed{a}$

<u>Question 3</u>

La réponse $\boxed{a}$ n'est pas bonne car il n'y a que 2 vecteurs !

Les réponses $\boxed{b}$ et $\boxed{d}$ ne sont pas bonnes car,

à chaque fois, les 3 vecteurs sont coplanaires.
La réponse ⓒ est correcte car $\overrightarrow{DG}$ n'est pas dans le plan de $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DC}$ (mais ce repère n'est pas orthonormé car $\overrightarrow{DG}$ n'est pas orthogonal à (ADC)).

$\longrightarrow$ réponse $\boxed{c}$.

<u>Question 4</u>

pour la réponse ⓐ, l'écriture $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HG}$ est fausse !
et les décompositions du ⓒ et du ⓓ sont correctes MAIS avec des vecteurs qui ne sont pas 2 à 2 orthogonaux.
La réponse ⓑ est correcte car on a :

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$$
$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AJ} \quad \text{car } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AJ}$$

avec des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AJ}$ qui sont bien deux à deux orthogonaux

$\longrightarrow$ réponse $\boxed{b}$

<u>Question 5</u>

on a $\text{volume}_{\text{Prisme droit}} = \underbrace{\text{Aire de la Base}}_{\text{trapèze } ABFE} \times \underbrace{\text{Hauteur}}_{BC}$

on a $\text{Aire}_{ABFE} = \text{Aire}_{\text{carré } ABFJ} + \text{Aire}_{\substack{\text{Triangle} \\ \text{rectangle}}\ JFE}$

$$\longrightarrow \text{Aire}_{ABFE} = 1 \times 1 + \frac{1 \times 1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

et on a $BC = \boxed{1}$

soit $\text{Volume}_{\text{Prisme droit}} = \frac{3}{2} \times 1 = \boxed{\frac{3}{2}}$

$\longrightarrow$ réponse $\boxed{c}$