Comment savoir si des droites sont sécantes et comment trouver leur point d'intersection : méthode 2

Méthode

Le principe est de résoudre les 3 équations entre les coordonnées respectives des 2 droites.
La méthode de cette fiche sera adaptée quand on pourra isoler facilement un des deux paramètres, c'est à dire quand l'un de ces paramètres n'a pas de coefficient devant.

a) il faut que les deux droites soient écrites avec ***deux paramètres différents*** (k et k' par exemple), même si l'énoncé ne l'a pas lui-même fait avant !
b) on ***isole le paramètre*** qui se retrouve sans coefficient devant (k ou k').
c) on ***remplace*** alors le paramètre isolé dans les deux autres équations (*et il faut bien garder les trois équations jusqu'au bout car la réponse finale provient de la cohérence de ces trois équations !*).
d) si les deux droites sont bien sécantes, on trouvera des valeurs cohérentes pour k et pour k' (*que l'on pourra vérifier si elles nous donnent bien les coordonnées d'un même point !*).

L'énoncé

Les droites $(d) : \begin{cases} x = 9 + k \\ y = -1 + 2k \\ z = -3k \end{cases}$ et $(d') : \begin{cases} x = k' \\ y = 2 - k' \\ z = -1 + k' \end{cases}$ sont elles sécantes ?

La solution

on résout le système $\begin{cases} 9+k = k' \\ -1+2k = 2-k' \\ -3k = -1+k' \end{cases}$

→ on isole k' avec la première équation puis on remplace k' par $9+k$ dans les deux autres équations.

on obtient $\begin{cases} k' = 9+k \\ -1+2k = 2-(9+k) \\ -3k = -1+(9+k) \end{cases}$ soit $\begin{cases} k' = 9+k \\ -1+2k = 2-9-k \\ -3k = -1+9+k \end{cases}$

on obtient $\begin{cases} k' = 9+k \\ 3k = -6 \\ -4k = 8 \end{cases}$ soit $\begin{cases} k' = 9+k \\ k = -6:3 = \boxed{-2} \\ k = 8:(-4) = \boxed{-2} \end{cases}$ on obtient bien le même résultat !

<u>Conclusion</u>

Les droites sont sécantes avec $k = \boxed{-2}$ et $k' = 9+(-2) = \boxed{7}$

→ pour (d) $\begin{cases} x = 9+(-2) = \boxed{7} \\ y = -1+2\times(-2) = \boxed{-5} \\ z = -3\times(-2) = \boxed{6} \end{cases}$ et pour (d') $\begin{cases} x = \boxed{7} \\ y = 2-7 = \boxed{-5} \\ z = -1+7 = \boxed{6} \end{cases}$

→ on obtient le point d'intersection $(7 ; -5 ; 6)$