Le vocabulaire des probabilités

Avant de savoir calculer des *probabilités*, il est indispensable de se familiariser avec le vocabulaire très spécifique de ce chapitre. Ne négligez pas cette phase dans votre apprentissage car, sinon, vous risquez de ne pas bien comprendre les consignes de vos futurs exercices de *probabilités*.

Une expérience aléatoire

Dans ce chapitre, on s'interessera au fait de calculer des probabibiltés d'une ***expérience aléatoire***.
C'est à dire que pour ces ***expériences aléaoires***, on aura des situations qui auront plusieurs "résultats" possibles sans que l'on puisse prévoir ces résultats à l'avance (il n'y a pas de "tricherie").

Exemples : Lancer un dé à six faces est une expérience aléatoire.
Tirer une boule, au hasard, dans une urne contenant des boules numérotées de 0 à 9 est une expérience aléatoire.

Et pour illustrer, avec des exemples, le vocabulaire qui va suivre, on va utiliser l'expérience aléatoire très classique suivante : on lance un dé à six faces et on regarde le nombre obtenu.

Une issue

Dans une expérience aléatoire, chaque "résultat" possible s'appelle une ***issue***.

Exemples

Avec cette expérience du dé à six faces, obtenir "1" est une ***issue***. Et obtenir "2" est une autre ***issue***.
On a donc ici une expérience aléatoire avec 6 ***issues*** possibles

L'univers total

En probabilité, l'ensemble de toutes les issues possibles s'appelle l'***univers***.

Exemple

Avec cette expérience du dé à six faces, l'***univers*** est constitué par l'ensemble des 6 issues possibles, c'est à dire { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 }

Qu'est ce qu'un événement ?

Un ***événement*** est un ensemble d'issues. Il est constitué par une ou plusieurs issues de l'expérience aléatoire. Un ***événement*** constitué par une seule issue s'appelle un ***événement élémentaire***.

Exemples

On pourra parler de l'***événement*** "*obtenir un nombre pair*" et il a trois issues possibles { 2 ; 4 ; 6 }.
On aurait aussi l'***événement*** "*obtenir un nombre supérieur à 4*", qui a deux issues possibles { 5 ; 6 }.
L'***événement*** "*obtenir le nombre 6*" est un ***événement élémentaire*** car il n'a qu'une seule issue possible.

Un événement certain

Un ***événement certain*** est un événement dont on est sûr qu'il arrivera.
Il y a 100% de chances qu'il se produise. Profitons de ce point de vue théorique car, dans la vraie vie, cela arrive si peu d'avoir un événement certain ...

Exemple

Avec cette expérience du dé à six faces, l'***événement*** "*obtenir un nombre inférieur à 7*" est ***certain***.

Un événement impossible

Un ***événement impossible*** est un événement dont on est sûr qu'il n'arrivera pas.
Il y a 0% de chance qu'il se produise. Mais, dans la vraie vie, je ne peux que vous encourager à penser que rien n'est impossible et qu'il faut toujours se battre pour réussir...

Exemple

Avec cette expérience du dé à six faces, l'***événement*** "*obtenir le nombre 7*" est ***impossible***.

Comment calculer une probabilité : la règle de base

On va se placer, à chaque fois, dans un cas d'***équiprobabilité.*** C'est à dire que toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser (le dé utilisé n'est pas truqué et chaque face a la même probabilité d'être obtenue, ou chaque boule dans une urne a la même probabilité d'être tirée).
De toute façon, si on n'était pas dans ce cas là, il serait très compliqué de calculer des probabilités. Car, tout simplement, comment prévoir ce qui est truqué ??

La formule générale

On appliquera la formule suivante :

$$\text{la probabilité d'un événement} = \frac{\textit{nombre d'issues favorables pour réaliser l'événement}}{\textit{nombre d'issues totales de l'univers}}$$

Cela signifie qu'il faudra bien identifier l'événement concerné, et qu'il faudra soigneusement compter ou dénombrer le nombre d'issues (de cas) qui permettent de réaliser cet événement.
→ pour calculer une probabilité, on se retrouvera très intuitivement à créer une phrase du type
" il y a ..☐.. de chances sur un total de ..☐.. d'obtenir l'événement ...." .

Quelques exemples

On lance un dé à 6 faces et on regarde le nombre obtenu

si on note A l'événement "obtenir le nombre 4", la probabilité de cet événement se note $p(A)$

→ $p(A) = \frac{1}{6}$ (il y a 1 chance sur 6 d'obtenir le nombre 4).

si on note B l'événement "obtenir un nombre pair", la probabilité de cet événement se note $p(B)$

→ $p(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (il y a 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre pair, c'est à dire 2 ou 4 ou 6).

si on note C l'événement "obtenir un nombre supérieur à 4"

→ $p(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (il y a 2 chances sur 6 d'obtenir un nombre supérieur à 4, c'est à dire 5 ou 6)

Les différentes formes du résultat

Il faudra bien respecter les énoncés, car il y a trois formes possibles pour les résultats : la forme ***fractionnaire***, la forme ***décimale*** (exacte ou approchée) ou la forme ***pourcentage*** (exacte ou approchée).
Nous allons voir ici ces trois formes , mais elles ne seront pas à écrire toutes les trois à chaque fois !

Quelques exemples

en reprenant l'événement B ci-dessus , on aurait :

pour la forme ***fractionnaire*** : $\frac{3}{6}$ (ou $\frac{1}{2}$ pour la fraction irréductible)
pour la forme ***décimale*** : 0,5
pour la forme ***pourcentage*** : 50 %

en reprenant l'événement C ci-dessus , on aurait :

pour la forme ***fractionnaire*** : $\frac{2}{6}$ (ou $\frac{1}{3}$ pour la fraction irréductible)
pour la forme ***décimale*** : environ 0,33 (valeur approchée)
pour la forme ***pourcentage*** : environ 33 % (valeur approchée)

La probabilité d'un événement contraire

Au fil des années, on se rendra compte, qu'avec les probabilités, il est souvent plus facile de passer par l'***événement contraire*** plutôt que de calculer directement la probabilité d'un événement donné.

Définition

Si on considère un événement noté A ,
alors on pourra définir son ***événement contraire*** noté $\overline{A}$.
Cet ***événement contraire*** est constitué de toutes les issues qui ne réalisent pas l'événement A .

Quelques exemples

On considère l'exemple du dé à six faces que l'on lance et pour lequel on regarde le nombre obtenu.
- si on considère l'événement "obtenir un nombre pair",
alors son ***événement contraire*** sera "obtenir un nombre impair".

- si on considère l'événement "obtenir le nombre 6",
alors son ***événement contraire*** sera "obtenir 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5".

- si on considère l'événement "obtenir un nombre supérieur 4, c'est à dire 5 ou 6",
alors son ***événement contraire*** sera "obtenir un nombre inférieur ou égal à 4, c'est à dire 1 ou 2 ou 3 ou 4"

Calcul de la probabilité d'un événement contraire

On aura deux possibilités pour calculer la probabilité d'un événement contraire :

- soit on calcule directement sa probabilité une fois que cet événement contraire est bien défini.
- soit on utilise une formule qui fait le lien entre les probabilités d'un événement et de son contraire.

Petit à petit, avec de l'expérience, vous verrez de mieux en mieux quelle sera la possibilité qui donnera les calculs les plus faciles et rapides.
En tout cas, ces formules seront utilisables quelle que soit la forme du résultat.

Avec un résultat sous forme **fractionnaire** :

Si la probabilité d'un événement A est égale à $p\,(\,A\,) = \frac{5}{8}$

Alors la probabilité de son contraire $\overline{A}$ est égale à $p\,(\,\overline{A}\,) = \frac{3}{8}$.

Le calcul à effectuer est tout simplement : $1 - \frac{5}{8}$.

Avec un résultat sous forme **décimale** :

Si la probabilité d'un événement A est égale à $p\,(\,A\,) = 0{,}3$
Alors la probabilité de son contraire $\overline{A}$ est égale à $p\,(\,\overline{A}\,) = 0{,}7$.
Le calcul à effectuer est tout simplement : $1 - 0{,}3$.

Avec un résultat sous forme **pourcentage** :

Si la probabilité d'un événement A est égale à $p\,(\,A\,) = 40\ \%$
Alors la probabilité de son contraire $\overline{A}$ est égale à $p\,(\,\overline{A}\,) = 60\ \%$.
Le calcul à effectuer est tout simplement : $100\ \% - 40\ \%$.

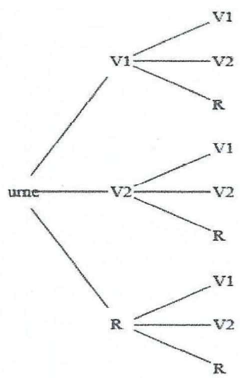
Comment faire un arbre pondéré en probabilité : la méthode

Très rapidement, le souci que l'on va avoir avec les arbres de probabilité ne sera pas d'ordre mathématiques mais, tout bêtement, c'est qu'ils vont prendre beaucoup de place sur une feuille.
Les ***arbres pondérés*** vont permettre de faire le même travail avec (presque) aucune contrainte de place.
Pour l'exemple qui va suivre, on va passer d'un arbre à 9 branches à un ***arbre pondéré*** à 4 branches !
Et les fiches suivantes vont nous montrer des gains encore plus spectaculaires !!

On va réaliser l'arbre de probabilté de la situation suivante.

On imagine une urne dans laquelle il y a 3 jetons : 2 jetons verts (V1 et V2) et 1 jeton rouge (R).
On tire au hasard un jeton dans cette urne .
On note sa couleur et on remet ce jeton dans l'urne (on parlera d'un tirage AVEC remise).
On tire une deuxième fois un jeton et on note également sa couleur.
Quelle est la probabilité que les deux jetons tirés soient de la même couleur ?

On réalise l'arbre de probabilité suivant. Il va résumer les possibilités de ces tirages successifs.



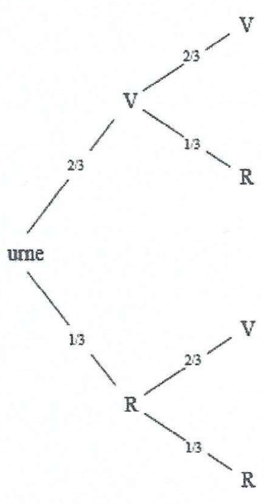
→ V_1 et V_1
→ V_1 et V_2
→ V_2 et V_1
→ V_2 et V_2
→ R et R

Voici les 5 cas pour lesquels on a tiré la même couleur → la probabilité cherchée est donc égale à $\frac{5}{9}$.

On va réaliser l'arbre pondéré de cette même situation

Pour cet exemple, on a juste à tracer 2 branches à chaque fois, une pour chaque couleur.
On place, ensuite, sur chaque branche la probabilité correspondante → pour tirer un jeton vert, on aura, à chaque fois, 2 chances sur 3 , et pour tirer un jeton rouge, on aura, à chaque fois, 1 chance sur 3.

On obtient l'***arbre pondéré*** suivant (*ensuite, et pour résumer rapidement, les probabilités se multiplient entre elles de la gauche vers la droite, et, une fois qu'on a les résultats des produits à la sortie de l'arbre, on les additionne de haut en bas)* :



→ Vert et Vert → $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$\boxed{+}$

→ Rouge et Rouge → $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

→ on retrouve bien une probabilité égale à $\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

Comment calculer une probabilité avec un arbre pondéré : exemple 1

On va, tout de suite, voir l'intérêt de faire un ***arbre pondéré*** en termes d'organisation et de lisibilité.
Dans l'exemple qui va suivre, on aura 5 jetons, avec 2 tirages successifs. Si on fait un arbre de probabilité classique, on va se retrouver avec 25 branches. Ce qui est quasiment ingérable.
MAIS, si on fait un ***arbre pondéré***, on aura juste 4 branches car on n'a que 2 couleurs (et tant que l'on garde 2 couleurs, même avec 100 jetons, on gardera toujours un ***arbre pondéré*** à 4 branches).

On va réaliser l'arbre pondéré de la situation suivante.

On imagine une urne dans laquelle il y a 5 jetons : 3 jetons verts et 2 jetons rouges.
On tire au hasard un jeton dans cette urne .
On note sa couleur et on remet ce jeton dans l'urne (on parlera d'un tirage AVEC remise).
On tire une deuxième fois un jeton et on note également sa couleur.
Quelle est la probabilité que les deux jetons tirés soient de la même couleur ?

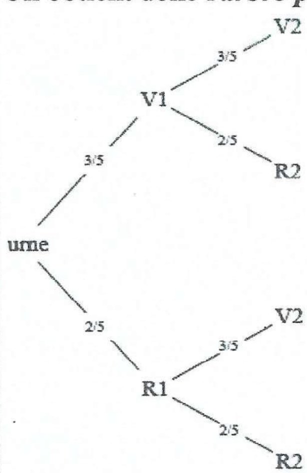
On va noter : V1 l'événement "*on a tiré un jeton vert au premier tirage*"
R1 l'événement "*on a tiré un jeton rouge au premier tirage*"
V2 l'événement "*on a tiré un jeton vert au deuxième tirage*"
R2 l'événement "*on a tiré un jeton rouge au deuxième tirage*"

Pour le premier tirage : on a 3 chances sur 5 de tirer un jeton vert et on a donc $p\,(\text{V1}) = \dfrac{3}{5}$

on a 2 chances sur 5 de tirer un jeton rouge et on a donc $p\,(\text{R1}) = \dfrac{2}{5}$

Pour le deuxième tirage, puisque l'on remet le premier jeton dans l'urne (tirage ***avec remise***), il va se dérouler dans les mêmes conditions que le premier tirage. On aura donc $p\,(\text{V2}) = \dfrac{3}{5}$ et $p\,(\text{R2}) = \dfrac{2}{5}$.

On obtient donc l'***arbre pondéré*** sur lequel on indique les probabilités des différents événements.



$\rightarrow V_1 \text{ et } V_2 \rightarrow V_1 \cap V_2 \rightarrow \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{9}{25}$

un résumé rapide :
intersection $\cap$ = et = multiplication
union $\cup$ = ou = addition

$\boxed{+}$

$\rightarrow R_1 \text{ et } R_2 \rightarrow R_1 \cap R_2 \rightarrow \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{25}$

$\rightarrow$ on obtient une probabilité égale à $\dfrac{9}{25} + \dfrac{4}{25} = \dfrac{13}{25}$

Pour calculer la probabilité de tirer deux jetons de même couleur :

on cherche $p\,(\text{V1 } \textit{et} \text{ V2}) = p\,(\text{V1} \cap \text{V2}) =$ *on fait une multiplication* $= \dfrac{3}{5} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{9}{25}$

on cherche $p\,(\text{R1 } \textit{et} \text{ R2}) = p\,(\text{R1} \cap \text{R2}) =$ *on fait une multiplication* $= \dfrac{2}{5} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{25}$

La probabilité cherchée correspond à "deux jetons verts ***OU*** deux jetons rouges" et *on fait une addition* pour obtenir : ***p*** **(tirer deux jetons de même couleur)** $= \dfrac{9}{25} + \dfrac{4}{25} = \dfrac{13}{25}$ **= 0,52 = 52 % .**

Comment calculer une probabilité avec un arbre pondéré : exemple 2

On va prendre un exemple similaire à la fiche précédente sauf que, cette fois, le tirage sera ***sans remise*** et, donc, les probabilités du deuxième tirage seront différentes de celles du premier tirage.

On va réaliser l'arbre pondéré de la situation suivante.

On imagine une urne dans laquelle il y a 5 jetons : 3 jetons verts et 2 jetons rouges.
On tire au hasard un jeton dans cette urne .
On note sa couleur et ***on ne remet pas ce jeton dans l'urne (on parlera d'un tirage SANS remise)****.*
On tire une deuxième fois un jeton et on note également sa couleur.
Quelle est la probabilité que les deux jetons tirés soient de la même couleur ?

On va noter : V1 l'événement "*on a tiré un jeton vert au premier tirage*"
R1 l'événement "*on a tiré un jeton rouge au premier tirage*"
V2 l'événement "*on a tiré un jeton vert au deuxième tirage*"
R2 l'événement "*on a tiré un jeton rouge au deuxième tirage*"

Pour le premier tirage : on a 3 chances sur 5 de tirer un jeton vert et on a donc $p\,(\text{V1}) = \dfrac{3}{5}$

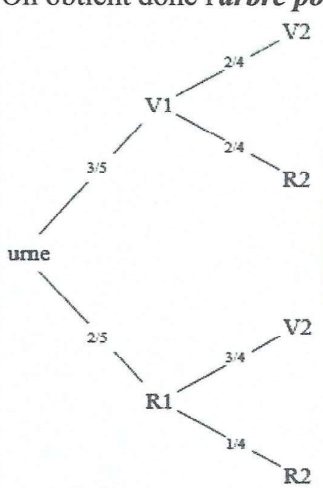
on a 2 chances sur 5 de tirer un jeton rouge et on a donc $p\,(\text{R1}) = \dfrac{2}{5}$

Pour le deuxième tirage, puisque l'on ne remet pas le premier jeton dans l'urne (tirage **sans remise**), la composition de l'urne (et donc les probabilités) vont dépendre du premier tirage :

→ si on a tiré un jeton vert, il reste 4 jetons (2 verts et 2 rouges). On a $p\,(\text{V2}) = \dfrac{2}{4}$ et $p\,(\text{R2}) = \dfrac{2}{4}$

→ si on a tiré un jeton rouge, il reste 4 jetons (3 verts et 1 rouge). On a $p\,(\text{V2}) = \dfrac{3}{4}$ et $p\,(\text{R2}) = \dfrac{1}{4}$

On obtient donc l'***arbre pondéré*** sur lequel on indique les probabilités des différents événements.



→ V_1 et V_2 → $V_1 \cap V_2$ → $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$

un résumé rapide :
intersection $\cap$ = et = multiplication
union $\cup$ = ou = addition

$\boxed{+}$

→ R_1 et R_2 → $R_1 \cap R_2$ → $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$

→ on obtient une probabilité égale à $\frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20}$

Pour calculer la probabilité de tirer deux jetons de même couleur :

on cherche $p\,(\text{V1 } \textit{et} \text{ V2}) = p\,(\text{V1} \cap \text{V2}) =$ *on fait une multiplication* $= \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{20}$

on cherche $p\,(\text{R1 } \textit{et} \text{ R2}) = p\,(\text{R1} \cap \text{R2}) =$ *on fait une multiplication* $= \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{20}$

La probabilité cherchée correspond à "deux jetons verts ***OU*** deux jetons rouges" et *on fait une addition* pour obtenir : ***p*** **(tirer deux jetons de même couleur)** $= \dfrac{6}{20} + \dfrac{2}{20} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$ **= 0,4 = 40 % .**

Tableau à double entrée : calcul de probabilités et définition des probabilités conditionnelles

On va considérer sur cette fiche que l'on sait déjà remplir un tableau à double entrée et on va faire un inventaire de l'ensemble des questions que l'on peut nous poser sur les probabilités.

Un exemple de tableau à double entrée

On considère dans un atelier trois machines A, B et C qui produisent des pièces avec ou sans défaut.

	Machine A	*Machine B*	*Machine C*	*Total*
Sans défaut	190	***288***	485	963
Avec défaut	10	12	15	37
Total	200	300	500	1000

Les probabilités à savoir calculer (*en considèrant, à chaque fois, que l'on tire une pièce au hasard*)

a) Quelle est la probabilité que la pièce provienne de la machine B ?

On regarde le total des **300** pièces produites par la machine B.
Il y a donc 300 pièces produites par la machine B sur le total des 1 000 pièces.
La probabilité de tirer une pièce de la machine B est donc égale à : $\frac{300}{1000} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\ \%$

b) Quelle est la probabilité que la pièce soit sans défaut ?

On regarde le total des **963** pièces sans défaut.
Il y a donc 963 pièces sans défaut sur le total des 1 000 pièces.
La probabilité de tirer une pièce sans défaut est donc égale à : $\frac{963}{1000} = 0{,}963 = 96{,}3\ \%$

c) Quelle est la probabilité que ce soit une pièce sans défaut provenant de la machine B ?

On aura, en général, une phrase plus explicite avec le mot "***ET***" (qui est en lien avec une ***intersection***)
→ on cherche la probabilité que ce soit "*une pièce sans défaut* ***ET*** *qu'elle provienne de la machine B*".
On regarde les **288** pièces à l'intersection de la ligne "*sans défaut*" et de la colonne "*machine B*".
Il y a donc 288 pièces sans défaut ***ET*** provenant de la machine B sur le total des 1 000 pièces.
La probabilité cherchée est : $p\,(\textit{sans défaut} \cap \textit{machine } B) = \frac{288}{1000} = 0{,}288 = 28{,}8\ \%$

d) Quelle est la probabilité que la pièce soit sans défaut ou qu'elle provienne de la machine B ?

Le mot "***OU***" est en lien avec une ***union***.
On cherche donc $p\,(\textit{sans défaut} \cup \textit{machine } B)$ et on utilise alors la formule :
$p\,(\textit{sans défaut} \cup \textit{machine } B) = p\,(\textit{sans défaut}) + p\,(\textit{machine } B) - p\,(\textit{sans défaut} \cap \textit{machine } B)$.
On obtient : $p\,(\textit{sans défaut} \cup \textit{machine } B) = \frac{963}{1000} + \frac{300}{1000} - \frac{288}{1000} = \frac{975}{1000}$

La définition d'une probabilité conditionnelle

Vous aurez une ***probabilité conditionnelle*** si vous avez une des trois phrases équivalentes suivantes :

- Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine C **sachant que** la pièce présente un défaut ?
- Parmi les pièces avec un défaut, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine C ?
- On considère une pièce ayant un défaut. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine C ?

*Les mots "**sachant que**" et "**parmi**" vont nous aider à bien savoir qu'on a une probabilité conditionnelle.*

La méthode consiste à ne regarder que la ligne grisée du tableau qui concerne les pièces *avec défaut*.
Parmi ces 37 pièces *avec défaut*, il y en a 15 qui proviennent de la *machine C*.
La probabilité cherchée est : $p\,(\textit{machine C } \textbf{sachant que } \textit{sans défaut}) = \frac{15}{37} \approx 0{,}405 \approx 40{,}5\ \%$

↑ *on divise bien par 37 cette fois*

Comment bien calculer dans un tableau à double entrée : un exemple

Un lycée compte 240 élèves en Seconde, parmi lesquels 130 sont demi-pensionnaires. Ces élèves étudient chacun une seule langue. 66 élèves étudient l'anglais, 30 % des élèves l'allemand dont $\frac{2}{3}$ sont demi-pensionnaires. 25 % des élèves sont des demi-pensionnaires qui étudient l'espagnol.

1) Compléter le tableau à double entrée suivant

	Anglais	*Allemand*	*Espagnol*	*Total*
Demi-pensionnaires	a 22	b 48	c 60	d 130
Externes	e 44	f 24	g 42	h 110
Total	i 66	j 72	k 102	l 240

Les cases l , d et i se remplissent sans calcul, en utilisant juste l'énoncé.

Pour la case j , on calcule 30 % des 240 élèves soit $\frac{30}{100} \times 240 = 72$ élèves qui étudient l'allemand.

Pour la case b , on calcule $\frac{2}{3}$ de ces 72 élèves soit $\frac{2}{3} \times 72 = 48$.

On calcule 25 % des 240 élèves soit $\frac{25}{100} \times 240 = 60$ élèves et cela permet de remplir la case c .

On remplit les autres cases par addition ou soustraction. Un exemple d'ordre : h , k , f , a , e , g .

2) Un élève est choisi au hasard. Quelle est la probabilité qu'il étudie l'anglais ?

il y a 66 élèves qui étudient l'anglais sur un total de 240 élèves.
La probabilité cherchée est donc égale à $\frac{66}{240} = \frac{11}{40} = 0,275 = 27,5\%$.

3) Un élève est choisi au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit externe ?

il y a 110 élèves externes sur un total de 240 élèves.
La probabilité cherchée est donc égale à $\frac{110}{240} = \frac{11}{24} \approx 0,46 \approx 46\%$.

4) Un élève est choisi au hasard. Quelle est la probabilité qu'il étudie l'anglais ET qu'il soit externe ?

on cherche $p(\text{anglais} \cap \text{externe})$ $\rightarrow$ on s'intéresse aux 44 élèves qui sont à l'intersection de la ligne "Externes" et de la colonne "Anglais".
La probabilité cherchée est donc égale à $\frac{44}{240} = \frac{11}{60} \approx 0,18 \approx 18\%$.

5) Un élève est choisi au hasard. Quelle est la probabilité qu'il étudie l'anglais OU qu'il soit externe ?

on cherche $p(\text{anglais} \cup \text{externe})$. On utilise la formule :
$p(\text{anglais} \cup \text{externe}) = p(\text{anglais}) + p(\text{externe}) - p(\text{anglais} \cap \text{externe})$
$\rightarrow$ on obtient $p(\text{anglais} \cup \text{externe}) = \frac{66}{240} + \frac{110}{240} - \frac{44}{240} = \frac{132}{240} = 0,55 = 55\%$

6) On considère un élève qui étudie l'anglais. Quelle est la probabilité qu'il soit externe ?

c'est une probabilité conditionnelle $\rightarrow$ on ne s'intéresse qu'à la colonne "Anglais". Parmi les 66 élèves étudiant l'anglais, il y en a 44 qui sont externes.
La probabilité cherchée est donc $\frac{44}{66} = \frac{2}{3} \approx 0,67 \approx 67\%$

on divise bien par 66.