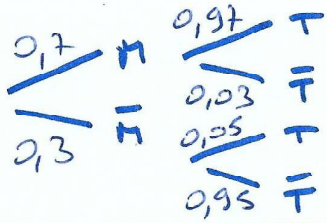
Bac Spé Maths 2022
Voici la correction complète
de l'épreuve 2
Métropole Antilles Guyane 2022

Correction proposée par
Bruno Swiners
sur
www.coursmathsaix.fr

Exercice 1 : 1) on a



2) on cherche $p(M \cap T) = 0,7 \times 0,97 = \boxed{0,679}$

3) on a $p(T)$ = proba. totales $= p(M \cap T) + p(\bar{M} \cap T)$

$= 0,679 + 0,3 \times 0,05 = \boxed{0,694}$

4) on cherche $p_T(M) = \dfrac{p(M \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0,679}{0,694} \approx \boxed{0,978}$

5) a) on cherche "le coyote n'est pas malade sachant que le test est négatif".

soit $P_{\bar{T}}(\bar{M}) = \dfrac{p(\bar{M} \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \dfrac{0,3 \times 0,95}{0,306} \approx \boxed{0,931}$ ← $1 - p(T)$

b) $0,978 > 0,931$ → il est plus probable d'avoir un test positif.

Partie B 1) a) on a une loi binomiale avec $n = 5$ et $p = p(T) = 0,694$ car les épreuves sont identiques, indépendantes et avec 2 issues possibles.

b) on a $p(X=1) \approx \boxed{0,030}$ → binomFdp.

c) on cherche $p(X \geq 4) = 1 - \underbrace{p(X \leq 3)}_{\text{binomFRep}} \approx \boxed{0,512} > 0,5$

c'est VRAI !!

2) on veut $p(X \geq 1) > 0,99$

soit $1 - p(X=0) > 0,99$

soit $p(X=0) < 0,01$

soit $\binom{n}{0} \times p^0 \times (1-p)^{n-0} < 0,01$ $\qquad \binom{n}{0} = 1$ et $p^0 = 1$

soit $0,306^n < 0,01$

soit $\ln 0,306^n < \ln 0,01$

soit $n \times \ln 0,306 < \ln 0,01$

soit $n > \dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,306} \approx 3,89$ → à partir de 4 coyotes.

$\ln 0,306$ est négatif ⚠

Exercice 2 : c'est le QCM.

Les bonnes réponses sont : 1 → b
2 → a
3 → c
4 → b
5 → b
6 → b

Voici quelques éléments de réponses :

Question 1 : on nous donne la courbe de f' et la question concerne f et ses variations.

→ on s'intéresse aux signes de f' et donc aux variations de f.

On a :

x	$-\infty$		$-1/2$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

maximum en $-\frac{1}{2}$ → réponse $\boxed{b}$

Question 2 : on nous donne la courbe de f' et la question concerne la concavité.

→ on s'intéresse aux variations de f' !!

On a :

x	$-\infty$		$-3/2$	
$f'(x)$		↗		↘
$f(x)$		convexe		concave

→ réponse $\boxed{a}$

Question 3 : la courbe de f' a une tangente horizontale en $-\frac{3}{2}$.

Donc la dérivée de f' (soit f'') s'annule en $-\frac{3}{2}$

→ réponse c

Question 4 : (V_n) est entre deux suites convergentes

MAIS cela ne signifie rien sur son éventuelle convergence ou divergence.

PAR CONTRE, on a $U_0 \leq V_0 \leq W_0$

et la réponse 5) est possible car alors on a :

$$U_0 \leq U_1 \leq V_1 \leq W_1$$

car (U_n) est supposée croissante

et, ainsi de suite, on aurait toujours $U_0 \leq V_n$!!

cette question n'était pas facile du tout car très piégeuse ...

Question 5 : $U_n \leq U_{n+1} \rightarrow (U_n)$ est croissante

$U_n \leq \frac{1}{n} \rightarrow (U_n)$ sera facilement majorée

Donc (U_n) est croissante et majorée $\rightarrow$ elle converge.

$\rightarrow$ réponse $\boxed{b}$

Question 6 : On a : $n < U_n < n+1$

soit $n+1 < U_{n+1} < n+2$

et en "collant" les inégalités, on obtient :

$$n < U_n < n+1 < U_{n+1} < n+2$$

soit $U_n < U_{n+1} \rightarrow (U_n)$ est croissante.

$\rightarrow$ réponse $\boxed{b}$

Exercice 3

1) on a $E\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $F\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ $G\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ et $K\begin{pmatrix}1\\0{,}5\\0\end{pmatrix}$

2) on calcule $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\cdot\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = 2\times1+(-2)\times1+1\times0 = 0$

et $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}\cdot\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix}1\\0{,}5\\-1\end{pmatrix} = 2\times1+(-2)\times0{,}5+1\times(-1) = 0$

3) $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ est normal au plan (EGK)

→ on obtient pour (EGK) : $2x-2y+1z+d=0$

or $E\in$ (EGK) donc on a $2\times0-2\times0+1\times1+d=0$

soit $1+d=0 \rightarrow d=-1$

on obtient pour le plan (EGK) : $\boxed{2x-2y+z-1=0}$

4) (d) est orthogonale à (EGK)

donc $\vec{n}$ est un vecteur directeur de (d)

on obtient alors : (d) $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 0+(-2)t \\ z = 1+1t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2t \\ z = 1+t \end{cases}$

point F vecteur directeur $\vec{n}$

5) Le projeté orthogonal L correspond ici à l'intersection de la droite (d) et du plan (EGK).

→ on "met" la droite (d) dans l'équation du plan.

on obtient : $2(1+2t)-2(-2t)+(1+t)-1=0$

soit $2+9t=0 \rightarrow t=-2/9$

on obtient alors le point L $\begin{pmatrix} x = 1+2\times(-\frac{2}{9}) = \boxed{5/9} \\ y = -2\times(-\frac{2}{9}) = \boxed{4/9} \\ z = 1+(-\frac{2}{9}) = \boxed{7/9} \end{pmatrix}$

6) on calcule $LF = \sqrt{(x_F - x_L)^2 + \dots}$

$$= \sqrt{\left(1-\frac{5}{9}\right)^2 + \left(0-\frac{4}{9}\right)^2 + \left(1-\frac{7}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

7) EGF est un triangle rectangle et isocèle en F

→ on a $\text{Aire}_{EGF} = \frac{FE \times FG}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

et on a $\text{Volume}_{EFGK} = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{EFG} \times \underbrace{\text{Hauteur issue de K}}$

cette hauteur "arrive" au milieu de [FG] → elle mesure $\boxed{1}$.

→ $\text{Volume}_{EFGK} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \boxed{\frac{1}{6}}$

8) si on prend le triangle EGK comme base, la hauteur relative sera LF (d'après le 5)).

→ on a alors $\underbrace{\text{Volume}_{EFGK}}_{=\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \times \underbrace{\text{Aire}_{EGK}}_{?} \times \underbrace{LF}_{=\frac{2}{3}}$

→ on obtient $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \text{Aire}_{EGK} \times \frac{2}{3}$ → $\text{Aire}_{EGK} = \frac{1/6}{\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \boxed{\frac{3}{4}}$

9) L'utilisation de la lettre L est certainement une erreur mais cela n'affecte pas vraiment le raisonnement.

→ la hauteur du tétraèdre FLMN ne change pas par rapport à celle du tétraèdre EFGK.

Par contre, les dimensions de la base sont divisées en 2 (à cause des milieux).

Donc l'aire de la base est divisée en $2^2 = 4$!!

→ $\text{Volume}_{FLMN} = \text{Volume}_{EFGK} : 4 = \frac{1}{6} : 4 = \boxed{\frac{1}{24}}$

Exercice 4

Partie A

1) a) on factorise par x^2 pour enlever la forme indéterminée

$$\rightarrow f(x) = \underbrace{0{,}06\,x^2}_{\text{tend vers } +\infty}\left(-1 + \underbrace{\frac{13{,}7}{x}}_{\to 0}\right) \rightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$$

tend vers -1

b) on a $f'(x) = 0{,}06(-2x + 13{,}7)$

et on obtient :

x	0		$6{,}85$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0) = \boxed{0}$	$\nearrow$	$f(6{,}85)$	$\searrow$	$\boxed{-\infty}$

signe de la fonction affine $-2x + 13{,}7$

on résout $-2x + 13{,}7 = 0$

soit $x = -\frac{13{,}7}{-2}$

$x = 6{,}85$.

c) on résout $0{,}06(-x^2 + 13{,}7x) = 0$

soit $-x^2 + 13{,}7x = 0$

soit $x(-x + 13{,}7) = 0$

$\boxed{x = 0}$ ou $\boxed{x = 13{,}7}$ (équation produit nul)

et on aurait pu aussi utiliser le discriminant mais c'était plus long !!

2) a) on a $\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[\underbrace{(-0{,}15x + 2{,}2)\,e^{0{,}2x}}_{-\infty \times +\infty} - 2{,}2\right] = \boxed{-\infty}$

b) on a $(e^{0{,}2x})' = 0{,}2e^{0{,}2x}$ ⚠

et $g'(x) = \underbrace{-0{,}15}_{u'} \times \underbrace{e^{0{,}2x}}_{v} + \underbrace{(-0{,}15x + 2{,}2)}_{u} \times \underbrace{0{,}2e^{0{,}2x}}_{v'}$

$= -0{,}15e^{0{,}2x} + (-0{,}03x + 0{,}44)e^{0{,}2x}$

$= e^{0{,}2x}(-0{,}15 - 0{,}03x + 0{,}44) = \boxed{e^{0{,}2x}(-0{,}03x + 0{,}29)}$

c) $e^{0{,}2x}$ est toujours positif $\rightarrow$ g' sera du signe de $(-0{,}03x + 0{,}29)$

On obtient :

x	0		$\frac{29}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$g(0)=0$	$\nearrow$	$g(\frac{29}{3})$	$\searrow$	$-\infty$

signes d'une fonction affine

on résout $-0{,}03x+0{,}29=0$

$\rightarrow x = \frac{-0{,}29}{-0{,}03} = \frac{29}{3}$

et on a $\boxed{g\left(\frac{29}{3}\right) \approx 2{,}98}$

1) on reconnait le corollaire du TVI

$\rightarrow$ g est continue et décroissante sur $\left[\frac{29}{3}; +\infty\right[$

avec $g\left(\frac{29}{3}\right) \approx 2{,}98$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ $\Big) \rightarrow 0 \in \underbrace{]-\infty; 2{,}98]}_{\text{intervalle IMAGE.}}$

$\rightarrow$ l'équation $g(x)=0$ a une solution unique sur $\left[\frac{29}{3}; +\infty\right[$ sachant qu'il n'y a pas de solution non nulle sur l'intervalle $\left[0; \frac{29}{3}\right]$ et $\boxed{13{,}72 \leq \alpha \leq 13{,}73}$

avec la calculatrice !!

Partie B :

1) a) on calcule $f(6{,}85) = 2{,}81$ (dizaine de yards)

$\rightarrow$ $f(6{,}85) \approx \boxed{28{,}1 \text{ yards}}$

b) on calcule $f'(0) = 0{,}06(-2\times 0 + 13{,}7) = \boxed{0{,}822}$

c) on cherche l'angle a tel que $\tan(a) = 0{,}822$

$\rightarrow$ $\boxed{a \approx 39{,}42°}$ (voir tableau fourni ou avec $\tan^{-1}$)

d) on a une parabole avec une symétrie par rapport à la droite verticale $x = 6{,}85$, qui se trouve "au milieu" entre 0 et $13{,}7$.

② ⓐ on a $g\left(\frac{29}{3}\right) \simeq 2{,}98$ (dizaine de yards)

$\rightarrow g\left(\frac{29}{3}\right) \simeq \boxed{29{,}8 \text{ yards}}$.

ⓑ on a $g'(0) = 0{,}29 \rightarrow$ on cherche a tel que $\tan a = 0{,}29$

$\rightarrow a \simeq \boxed{16{,}17°}$ (voir tableau fourni ou avec $\tan^{-1}$)

ⓒ on a $g'(13{,}17) \simeq -1{,}87$

$\rightarrow$ on cherche β tel que $\tan \beta = -1{,}87$

$\rightarrow \beta = \tan^{-1}(-1{,}87) \simeq \boxed{62°}$

<u>Partie C</u> $\rightarrow$ on va voir qu'il est assez difficile de se prononcer.

* Les deux fonctions s'annulent pour une valeur proche de 13,7 (soit 137 yards) $\rightarrow$ le dernier résultat est obtenu pour les deux modèles.
* pour l'angle de décollage, on veut $\boxed{24°}$ et on a environ $\boxed{39°}$ avec f et environ $\boxed{16°}$ avec g.
* pour la hauteur maximale, on veut $\boxed{32 \text{ yards}}$ et on a $\boxed{28{,}1 \text{ yards}}$ avec f et $\boxed{29{,}8 \text{ yards}}$ avec g.
* pour l'angle d'atterrissage, on veut $\boxed{52°}$ et on a environ $\boxed{39°}$ avec f (égal à l'angle de décollage par symétrie) et environ $\boxed{62°}$ avec g.

<u>CONCLUSION</u> : sans être parfait, le deuxième modèle avec la fonction g est le plus adapté ici !!