Comment faire le tableau de signes d'un produit de fonctions affines : les exercices

Pour bien vous entrainer, je vous propose ici une série de tableaux de signes à réaliser.
La méthode est à revoir éventuellement sur la fiche précédente.
Faites votre travail et vos recherches sur une feuille puis comparez votre réponse avec ma solution !!

Exercice 1
Donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (2x - 10)(3x - 12)$.

Exercice 2
Donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (3x + 6)(-5x + 20)$.

Exercice 3
Donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (-x + 1)(-3x - 5)$.

Exercice 4
Donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = x(-4x - 8)$.

Exercice 5
Donner le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (x - 6)(x + 4)(-x + 2)$.

La solution de l'exercice 1

On cherche à obtenir le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (2x - 10)(3x - 12)$.

On résout : $2x - 10 = 0$ et $3x - 12 = 0$

$2x = 10$ $\qquad$ $3x = 12$

$x = \frac{10}{2} = 5$ $\qquad$ $x = \frac{12}{3} = 4$

On obtient donc le tableau suivant :

x	$-\infty$		4		5		$+\infty$
Signes de $2x - 10$ coefficient 2 positif → signes du type $(- \ 0 \ +)$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signes de $3x - 12$ coefficient 3 positif → signes du type $(- \ 0 \ +)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Bilan du produit : signes de $(2x - 10)(3x - 12)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

on se souvient " $\boxed{-} \times \boxed{-} = \boxed{+}$ "

On peut donc dire que la fonction f est ***négative*** sur $[\,4\,;\,5\,]$ et ***positive*** sur $]-\infty\,;\,4\,] \cup [\,5\,;+\infty\,[$.

La solution de l'exercice 2

On cherche à obtenir le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (3x + 6)(-5x + 20)$.

On résout : $3x + 6 = 0$ et $-5x + 20 = 0$

$3x = -6$ $\qquad$ $-5x = -20$

$x = -\frac{6}{3} = -2$ $\qquad$ $x = \frac{-20}{-5} = 4$

On obtient donc le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
Signes de $3x + 6$ coefficient 3 positif → signes du type $(- \ 0 \ +)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signes de $-5x + 20$ coefficient -5 négatif → signes du type $(+ \ 0 \ -)$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Bilan du produit : signes de $(3x + 6)(-5x + 20)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

on se souvient " $\boxed{-} \times \boxed{+} = \boxed{-}$ "

On peut donc dire que la fonction f est ***positive*** sur $[\,-2\,;\,4\,]$ et ***négative*** sur $]-\infty\,;-2\,] \cup [\,4\,;+\infty\,[$.

La solution de l'exercice 3

On cherche à obtenir le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (-x+1)(-3x-5)$.

On résout : $-x+1=0$ et $-3x-5=0$

$-1x$; $-x=-1$; $x=\frac{-1}{-1}=1$

$-3x=5$; $x=\frac{5}{-3}=-\frac{5}{3}$

il FAUT garder la valeur EXACTE

On obtient donc le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		1		$+\infty$
Signes de $-x+1$ coefficient -1 négatif → signes du type $(+\ 0\ -)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signes de $-3x-5$ coefficient -3 négatif → signes du type $(+\ 0\ -)$		$+$	0	$-$		$-$	
Bilan du produit : signes de $(-x+1)(-3x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

on se souvient « $\boxed{+}\times\boxed{+}=\boxed{+}$ »

On peut donc dire que la fonction f est ***négative*** sur $[-\frac{5}{3} ; 1]$ et ***positive*** sur $]-\infty ; -\frac{5}{3}] \cup [1 ; +\infty[$.

La solution de l'exercice 4

On cherche à obtenir le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = x(-4x-8)$.

On résout : $x=0$ et $-4x-8=0$

$-4x=8$; $x=\frac{8}{-4}=-2$

On obtient donc le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
Signes de x coefficient 1 positif → signes du type $(-\ 0\ +)$		$-$		$-$	0	$+$	
Signes de $-4x-8$ coefficient -4 négatif → signes du type $(+\ 0\ -)$		$+$	0	$-$		$-$	
Bilan du produit : signes de $x(-4x-8)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

on se souvient « $\boxed{-}\times\boxed{+}=\boxed{-}$ »

On peut donc dire que la fonction f est ***positive*** sur $[-2 ; 0]$ et ***négative*** sur $]-\infty ; -2] \cup [0 ; +\infty[$.

La solution de l'exercice 5

On cherche à obtenir le tableau de signes de la fonction définie par $f(x) = (x - 6)(x + 4)(-x + 2)$.

Le fait d'avoir trois facteurs, avec les trois parenthèses, ne change absolument rien à la méthode générale. Il faudra juste, pour le bilan final, appliquer la règle des signes pour un produit de trois nombres (plutôt que simplement deux nombres).

On résout les trois équations :

$x - 6 = 0$ <u>et</u> $x + 4 = 0$ <u>et</u> $-x + 2 = 0$

$x = 6$ $x = -4$ $-x = -2$

$x = 2$

On obtient donc le tableau suivant :

x	$-\infty$		-4		2		6		$+\infty$
Signes de $x - 6$ coefficient 1 positif → signes du type $(- \ 0 \ +)$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
Signes de $x + 4$ coefficient 1 positif → signes du type $(- \ 0 \ +)$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
Signes de $-x + 2$ coefficient -1 négatif → signes du type $(+ \ 0 \ -)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
Bilan du produit : signes de $(x-6)(x+4)(-x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

on se souvient " $\underbrace{\boxed{-} \times \boxed{-}}_{\boxed{+}} \times \boxed{+} = \boxed{+}$ "

On peut donc dire que la fonction f est ***positive*** sur $]-\infty\,;-4] \cup [2\,;6]$
et ***négative*** sur $[-4\,;2] \cup [6\,;+\infty[$.