

Comment faire le tableau de signes d'un produit de fonctions affines

La méthode

Etape 1 : on détermine les nombres qui annulent chacune des fonctions affines (on résout les équations $ax + b = 0$ ou on applique la formule $\frac{-b}{a}$).

Etape 2 : on place ces solutions sur la ligne des x et, **surtout**, on respecte l'ordre **croissant**. On trace alors des "lignes verticales" qui vont créer les "cases" du tableau.

Etape 3 : on complète les différentes cases en mettant les signes de chacune des fonctions affines.

Etape 4 : chaque signe du bilan s'obtient en respectant la *règle des signes du produit de deux nombres* !!

Un exemple détaillé avec la fonction définie par $f(x) = (4x - 12)(-2x - 4)$.

Etape 1 : on commence en résolvant les équations.

On résout : $4x - 12 = 0$ et $-2x - 4 = 0$

$$4x = 12 \qquad -2x = 4$$

$$x = \frac{12}{4} = 3 \qquad x = \frac{4}{-2} = -2$$

Etape 2 : on complète la ligne des x et on crée les "cases".

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
Signes de $4x - 12$			0	
Signes de $-2x - 4$		0		
Bilan du produit : signes de $(4x - 12)(-2x - 4)$				

Etape 3 : on applique le cours en complétant le signe de chaque fonction affine.

Vous ferez bien attention au coefficient a de chaque fonction. Et il est tout à fait normal d'avoir deux cases consécutives avec le même signe. Par contre, dès qu'on passe par 0, alors on change de signe.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
Signes de $4x - 12$	-		0	+
Signes de $-2x - 4$	+	0		-
Bilan du produit : signes de $(4x - 12)(-2x - 4)$				

Le coefficient 4 est positif
→ tableau du type $(- \ 0 \ +)$

Le coefficient -2 est négatif
→ tableau du type $(+ \ 0 \ -)$

Etape 4 : on applique la règle des signes d'un produit de deux nombres.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
Signes de $4x - 12$	-		0	+	
Signes de $-2x - 4$	+	0		-	
Bilan du produit : signes de $(4x - 12)(-2x - 4)$	-	0	+	0	-

on se rappelle " $\ominus \times \oplus = \ominus$ ".

On peut donc dire que la fonction f est **positive** sur $[-2; 3]$ et **négative** sur $]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$.