Comment montrer l'unicité d'une solution
Le corollaire du T V I : la méthode

Le *corollaire du théorème des valeurs intermédiaires* va, cette fois, nous permettre de démontrer qu'une fonction "passe" exactement ***une seule et unique fois*** par une valeur donnée (sur un intervalle donné),
c'est à dire que l'antécédent par la fonction sera ***unique***,
c'est à dire qu'une équation possèdera une ***unique solution*** !

L'énoncé

On considère une fonction f dont on connait le tableau de variations.

x	2		15
$f(x)$	-4	↗	10

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une *solution unique* dans l'intervalle [2 ; 15].

La solution

* La fonction f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[2;15]$.

On a : $f(2) = -4$ — 0 est bien compris entre -4 et 10.
$f(15) = 10$

→ le nombre 0 appartient bien à l'intervalle image $[-4;10]$.

* Donc, en appliquant le COROLLAIRE du théorème des valeurs intermédiaires, on sait que l'équation $f(x)=0$ possède une unique solution dans l'intervalle $[2;15]$.

Conséquence

On note souvent cette solution avec la lettre α (alpha) et on peut la placer dans le tableau de variations.

x	2		α		15
$f(x)$	-4	↗ $\boxed{-}$	0	↗ $\boxed{+}$	10

Et on peut alors en déduire le ***signe de la fonction*** f :

- la fonction f est ***négative*** sur l'intervalle [2 ; α]
- la fonction f est ***positive*** sur l'intervalle [α ; 15]