Un exercice type du bac
avec le corollaire du T V I
et une fonction auxiliaire (2)

Nous allons travailler ici avec une fonction assez simple (même si il faut appliquer la formule ($\frac{u}{v}$)' pour calculer la dérivée) mais le travail et la méthode seraient identiques si on travaillait avec des fonctions utilisant l'*exponentielle* ou le *logarithme neperien*.
Le but est de bien mettre en place le travail avec une fonction auxilaire et de bien comprendre la logique du raisonnement général.

L'énoncé

Soit la fonction f définie sur $]-\infty\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3+x-2}{x^2+1}$

Partie A :
On considère la fonction g définie sur $]-\infty\,;+\infty[$ par .$g(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$
1) Etudier les variations de la fonction g .
2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]-\infty\,;+\infty[$.
3) Donner un encadrement , à 0,01 près, de cette unique solution que l'on notera α.
4) En déduire le tableau de signes de g en fonction de cette sotuion α.

Partie B :
On va maintenant reprendre la fonction f définie au début de l'exercice.
1) Calculer $f'(x)$ et montrer que que l'on a $f'(x) = \dfrac{(x+1)g(x)}{(x^2+1)^2}$
2) En déduire le tableau de variations de la fonction f (*on utilisera le tableau de signes de g obtenu dans la partie A*).

Le principe de ces exercices est toujours le même :
- *on nous donne une fonction au départ que l'on souhaite étudiée mais on se rend compte à un moment donné que l'étude des signes de la dérivée ne peut être faite avec les outils habituels à disposition.*
- *Cette fonction dérivée doit donc faire l'objet d'une étude à part : c'est à ce moment là que l'on parlera de la fonction auxiliaire qui sera directement égale à la fonction dérivée ou qui s'exprimera en fonction de la fonction dérivée.*
- *C'est dans l'étude de la fonction auxilaire que l'on utilisera le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires. Il nous permettra de prouver l'existence de solutions pour l'équation $f(x) = 0$. Très souvent, on ne pourra pas donner de valeur exate pour cette solution et on la notera α*
- *L'étude de la fonction auxiliaire se conclut avec son tableau de signes (qui dépendra de α). Et après tout s'enchaine :*

  on intègre le signe de la fonction auxiliaire dans le tableau de signes de la dérivée f'
  on en déduit les signes de la dérivée f'
  on en déduit alors les variations de la fonction f. Les intervalles s'écriront à l'aide de la valeur de α trouvée dans la première partie .

La solution de la partie A

.... *très bientôt* ....

La solution de la partie B

.... très bientôt ....