Comment appliquer le théorème des valeurs intermédiaires
avec une limite infinie

Le *théorème des valeurs intermédiaires* pourra être appliqué dans le cas d'une *limite en l'infini* (si on a x qui tend vers l'infini) ou dans le cas d'une *limite infinie* (si c'est la fonction f qui tend vers l'infini).
La rédaction de la solution peut paraitre plus compliquée mais, pour autant, c'est exactement le même raisonnement que dans le cas de nombres finis.

L'énoncé

On considère une fonction f dont on connait le tableau de variations.

x	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	7

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une *solution unique* dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$.

La solution

* La fonction est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$

On a : $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 7$

0 est bien compris entre $-\infty$ et 7.

→ le nombre 0 appartient bien à l'intervalle image $]-\infty ; 7]$.

* Donc, en appliquant le COROLLAIRE du théorème des valeurs intermédiaires, on sait que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$.