Comment faire un raisonnement par récurrence
Le principe

On va très souvent utiliser le *raisonnement par récurrence* en Terminale S.
Les étapes de ce raisonnement sont toujours les mêmes et elles sont à bien respecter :

- ***Initialisation*** : on doit vérifier que ce que l'on veut montrer (encadrement, formule ...) est *vérifié pour un certain rang*. C'est à dire que l'on fera la *vérification* pour le rang 0 ou le rang 1 ou .....
C'est comme si l'on vérifiait la *source d'une information*.
Attention, le rang de cette initialisation nous permettra ensuite d'affirmer que la propriété est vérifiée *à partir de ce rang*.

- ***Hérédité*** : c'est la particularité du raisonnement par récurrence.
On va *supposer* que ce que l'on veut montrer est vraie pour le rang n , et en utilisant cette suppositon on doit montrer que cela reste vraie pour le rang suivant $n + 1$.
C'est comme si l'on vérifiait la *bonne transmission d'une information*.

- ***Conclusion*** : elle nous permet de résumer la démarche et le résultat obtenu.

Les trois grands types de raisonnement par récurrence (à voir sur les fiches suivantes)

Le **premier type** correspond au fait d'obtenir un ***encadrement*** pour une suite (ou parfois juste une ***minoration*** ou une ***majoration***).
Les questions posés seront du type :

- pour tout n , montrons que $3 \leqslant U_n \leqslant 4$ (c'est un *encadrement*).
- pour tout n , montrons que $U_n \leqslant 10$ (c'est une *majoration*)
- pour tout n , montrons que $U_n \geqslant 2$ (c'est une *minoration*)

Dans l'hérédité, il faudra prendre l'habitude de t***oujours partir des inégalités avec*** U_n afin de construire petit à petit les inégalités pour U_{n+1} .

Le **deuxième type** correspond au fait d'obtenir une ***formule explicite*** (en fonction de n).
Les questions posés seront du type :

- pour tout n , montrons que $U_n = 12 \times 2^n - 5$

Dans l'hérédité, il faudra prendre l'habitude de ***toujours partir du lien existant entre*** U_{n+1} ***et*** U_n .

Le **troisième type** correspond au fait d'utiliser une fonction f définie par la relation $U_{n+1} = f(U_n)$.
On rencontrera très souvent ce type de récurrence lorsque, dans la définition de la suite, on se retrouve avec U_n au numérateur et au dénominateur d'une fraction.
Les questions posés seront du type :

- montrer que la suite (U_n) est croissante , c'est à dire que $U_n \leqslant U_{n+1}$.
- montrer que la suite (U_n) est décroissante , c'est à dire que $U_n \geqslant U_{n+1}$.
- prouver un encadrement (ou une majoration ou un minoration).

Dans l'hérédité, il faudra juste vérifier que la fonction f est bien croissante afin de conserver le sens des inégalités.