

Vecteurs colinéaires (droites parallèles, points alignés ou non) Comment montrer que trois points forment un plan

Utilisation de la colinéarité

- pour vérifier que deux droites sont *parallèles*, si on connaît leurs vecteurs directeurs.
- pour vérifier l'alignement de 3 points :
 - si les trois points *sont alignés*, alors ces trois points définissent une *droite*.
 - si les trois points *ne sont pas alignés*, alors ces trois points définissent un *plan*.

Exemple 1

Montrons que les points A (-1 ; 2 ; -3), B (3 ; -1 ; 4) et C (4 ; -1 ; 2) définissent un plan
→ on va donc montrer que les trois points A, B et C ne sont pas alignés.

$$\text{On calcule } \vec{AB} \begin{vmatrix} 3 - (-1) = 4 \\ -1 - 2 = -3 \\ 4 - (-3) = 7 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{AC} \begin{vmatrix} 4 - (-1) = 5 \\ -1 - 2 = -3 \\ 2 - (-3) = 5 \end{vmatrix}$$

Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires

$$\text{car } \begin{matrix} 5 : 4 = 1,25 \\ -3 : (-3) = 1 \end{matrix} \quad (\text{les résultats sont différents !})$$

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

Donc les points A, B et C définissent un plan noté (ABC) .

Remarque : si les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} avaient été colinéaires, alors les points A, B et C auraient été alignés et ils auraient donc défini une *droite*.

Exemple 2

On considère les points E (1 ; 2 ; 3), F (5 ; 6 ; 6), G (-1 ; 0 ; 0,5) et H (1 ; 2 ; 2).
Montrons que les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

→ on va donc montrer que les vecteurs \vec{EF} et \vec{GH} sont colinéaires.

$$\text{On calcule } \vec{EF} \begin{vmatrix} 5 - 1 = 4 \\ 6 - 2 = 4 \\ 6 - 3 = 3 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{GH} \begin{vmatrix} 1 - (-1) = 2 \\ 2 - 0 = 2 \\ 2 - 0,5 = 1,5 \end{vmatrix}$$

Les vecteurs \vec{EF} et \vec{GH} sont colinéaires

$$\text{car } \begin{matrix} 4 : 2 = 2 \\ 4 : 2 = 2 \\ 3 : 1,5 = 2 \end{matrix} \quad (\text{les résultats sont égaux !})$$

Donc les droites (EF) et (GH) sont parallèles.

Remarque : si les vecteurs n'avaient pas été colinéaires, alors les droites (EF) et (GH) n'auraient pas été parallèles. Mais cela ne signifie pas forcément qu'elles sont sécantes quand on est dans l'espace.