# Comment trouver la valeur d'un angle avec le produit scalaire

**Méthode**

On a déjà croisé cette question en classe de Première, mais c'était dans le plan (voir fiches de Première). La méthode est la même et elle va permettre, dans l'espace, de retrouver un angle lorsque l'on connait les coordonnées de trois points distincts (et non alignés).
Cette méthode consiste à écrire le résultat d'un produit scalaire de deux façons différentes, afin d'égaliser les deux résultats, et ainsi de retrouver l'angle à l'aide du cosinus !

**L'énoncé**

Dans un repère orthonormé, on considère les points A ( - 1 ; 2 ; 0 ), B ( 1 ; 2 ; 4 ) et C (- 1 ; 1 ; 1 ).
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ (on arrondira le résultat au degré près).

**La solution**

on calcule $\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} 1-(-1)=2 \\ 2-2=0 \\ 4-0=4 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} -1-(-1)=0 \\ 1-2=-1 \\ 1-0=1 \end{vmatrix}$

Etape 1

on calcule $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix} = 2\times 0 + 0\times(-1) + 4\times 1$

→ on obtient $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 4$

Etape 2

on utilise la formule $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

et on calcule $AB = \sqrt{(1-(-1))^2+(2-2)^2+(4-0)^2} = \sqrt{20}$

$AC = \sqrt{(-1-(-1))^2+(1-2)^2+(1-0)^2} = \sqrt{2}$

Etape 3

On égalise les deux résultats et on obtient :

$(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} =)\ \sqrt{20}\times\sqrt{2}\times\cos(\widehat{BAC}) = 4$

soit $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{4}{\sqrt{20}\times\sqrt{2}}$

On en déduit : $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{4}{\sqrt{20}\times\sqrt{2}}\right) \approx 51°$