# Etude de l'intersection entre deux droites

L'étude de l'intersection entre deux droites amène trois possibilités de réponses et il faudra éviter l'erreur qui consiste à affirmer "j'ai deux droites de l'espace qui ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes".

## Un rappel des trois positions relatives

| |
|---|
| Deux droites de l'espace peuvent être ***sécantes*** (elles sont alors ***coplanaires***).<br>Le seul moyen de savoir si elles sont sécantes est d'appliquer le calcul de la fiche suivante qui consiste à chercher et à trouver (ou non) les coordonnées de leur point d'intersection.<br>*Cas particulier : si les droites forment en plus un angle droit, alors elles sont **perpendiculaires**.* |
| Deux droites peuvent être ***parallèles***. Elles seront à nouveau ***coplanaires***.<br>*Cas particulier : elles peuvent être **confondues** (c'est donc la même droite !).* |
| Deux droites peuvent être "***ni parallèles ni sécantes***". C'est le seul cas où les droites ***ne sont pas coplanaires*** (aucun plan ne contient les deux droites).<br>*Cas particulier : si les droites sont en position d'angle droit, alors elles sont **orthogonales**.* |

## Comment montrer que deux droites sont parallèles

On utilise un *vecteur directeur* de chacune des droites et on montre que ces vecteurs sont *colinéaires*.

***Les droites*** $(d) : \begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + k \\ z = 5 - 2k \end{cases}$ ***et*** $(d') : \begin{cases} x = 8 + 9k \\ y = -3 - 3k \\ z = 5 + 6k \end{cases}$ ***sont elles parallèles ?***

$\vec{u}(-3;1;-2)$ est un vecteur directeur de la droite $(d)$.
$\vec{u'}(9;-3;6)$ est un vecteur directeur de la droite $(d')$.
On peut vérifier que $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont colinéaires ($\vec{u'} = -3\vec{u}$)
Donc les droites $(d)$ et $(d')$ sont bien parallèles.

## Comment montrer que deux droites sont perpendiculaires ou orthogonales

On utilise un *vecteur directeur* de chacune des droites et on montre que ces vecteurs sont *orthogonaux*.

***Les droites*** $(d) : \begin{cases} x = 2k \\ y = 1 + 6k \\ z = 6 - 4k \end{cases}$ ***et*** $(d') : \begin{cases} x = 2 + 5k \\ y = 1 + k \\ z = 4k \end{cases}$ ***sont-elles orthogonales ?***

$\vec{u}(2;6;-4)$ est un vecteur directeur de la droite $(d)$.
$\vec{u'}(5;1;4)$ est un vecteur directeur de la droite $(d')$.
On calcule $\vec{u}.\vec{u'} = 2\times5 + 6\times1 + (-4)\times4$
On obtient $\vec{u}.\vec{u'} = 0$
On a donc $\vec{u} \perp \vec{u'}$ et donc $(d) \perp (d')$.

*Pour pouvoir affirmer que ces droites sont perpendiculaires, il faudrait en plus montrer qu'elles sont sécantes (on appliquerait alors la méthode de la fiche suivante).*