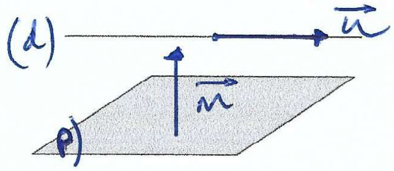
Etude de l'intersection entre un plan et une droite

Comment montrer qu'un plan et une droite sont parallèles

On utilise un *vecteur normal* du plan et un *vecteur directeur* de la droite.
Si ces vecteurs sont ***orthogonaux*** (on utilise le produit scalaire), alors le plan et la droite sont ***parallèles.***



Si on a $\vec{n} \perp \vec{u}$ (soit $\vec{n}.\vec{u} = 0$)

Alors on a $(d) // (P)$.

Montrons que le plan (P) : $3x + y - 2z + 4 = 0$ et la droite (d) : $\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 3 - 4k \\ z = 2 + k \end{cases}$ sont parallèles.

$\vec{n}(3;1;-2)$ est un vecteur normal au plan (P).

$\vec{u}(2;-4;1)$ est un vecteur directeur de la droite (d).

On calcule $\vec{n}.\vec{u} = 3\times 2 + 1\times(-4) + (-2)\times 1 = \boxed{0}$

$\to$ on a $\vec{n}.\vec{u} = 0$ soit $\vec{n} \perp \vec{u}$ $\to$ on a $(d) // (P)$.

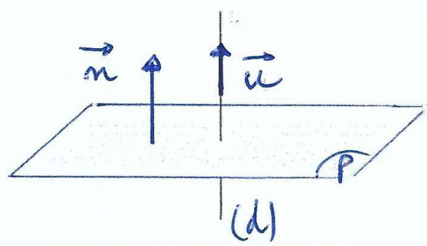
Comment montrer qu'un plan et une droite sont sécants

Cest une évidence si on a bien en tête qu'il n'y a que deux positions possibles entre un plan et une droite.

Pour montrer qu'un plan et une droite sont *sécants*, il suffit de montrer qu'ils ne sont pas parallèles.
Donc, il suffira de montrer que les *vecteurs normaux* du plan et *vecteurs directeurs* de la droite ***<u>ne sont pas</u>*** orthogonaux (produit scalaire différent de zéro).

Comment montrer qu'un plan et une droite sont perpendiculaires

C'est un cas particulier d'un plan et d'une droite sécants. Si un *vecteur normal* du plan et un *vecteur directeur* de la droite sont ***colinéaires*** alors le plan et la droite sont ***perpendiculaires***.



Si $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

Alors on a $(d) \perp (P)$.

Montrons que le plan (P) : $6x - 2y + 4z + 1 = 0$ et la droite (d) : $\begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + k \\ z = 5 - 2k \end{cases}$ sont perpendiculaires.

$\vec{n}(6;-2;4)$ est un vecteur normal au plan (P).

$\vec{u}(-3;1;-2)$ est un vecteur directeur de la droite (d).

On peut vérifier que $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires (on a $\vec{n} = -2\vec{u}$)

On a donc bien $(d) \perp (P)$.