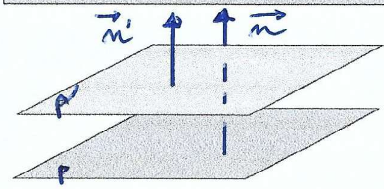
Etude de l'intersection entre deux plans

Comment montrer que deux plans sont parallèles

On utilise le *vecteur normal* de chacun des plans.
Si ces *vecteurs normaux* sont ***colinéaires***, alors les plans sont ***parallèles***.



Si $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ sont colinéaires
Alors on aura $(P) // (P')$.

Montrons que les plans $(P) : 3x + y - 2z + 4 = 0$ et $(P') : 6x + 2y - 4z + 1 = 0$ sont parallèles.

$\vec{n}\,(3 ; 1 ; -2)$ est un vecteur normal au plan (P).
$\vec{n}'\,(6 ; 2 ; -4)$ est un vecteur normal au plan (P').
Les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ sont colinéaires (on a $\vec{n}' = 2\vec{n}$)
Donc les plans (P) et (P') sont parallèles.

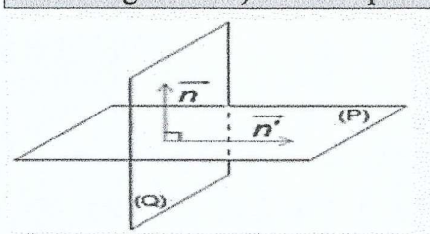
Comment montrer que deux plans sont sécants

Cest une évidence si on a bien en tête qu'il n'y a que deux positions relatives possibles entre des plans.

Pour montrer que deux plans sont *sécants*, il suffit de montrer qu'ils ne sont pas parallèles.
Donc, il suffira de montrer que les *vecteurs normaux* ***<u>ne sont pas</u>*** colinéaires.

Comment montrer que deux plans sont perpendiculaires

C'est un cas particulier de deux plans sécants. Si les vecteurs normaux sont ***orthogonaux*** (produit scalaire égal à zéro) alors les plans sont ***perpendiculaires***.



Si on a $\vec{n} \perp \vec{n}'$ (c'est à dire $\vec{n}.\vec{n}' = 0$)
Alors on aura $(P) \perp (Q)$.

Montrons que les plans $(P) : 3x - y + 2z + 6 = 0$ et $(Q) : 4x - 2y - 7z + 1 = 0$ sont perpendiculaires.

$\vec{n}\,(3 ; -1 ; 2)$ est un vecteur normal au plan (P).
$\vec{n}'\,(4 ; -2 ; -7)$ est un vecteur normal au plan (Q).
On calcule $\vec{n}.\vec{n}' = \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \\ -7 \end{vmatrix} = 3\times 4 + (-1)\times(-2) + 2\times(-7) = \boxed{0}$

On a donc $\vec{n}.\vec{n}' = 0 \rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}' \rightarrow (P) \perp (Q)$.