Equation cartésienne d'un plan
Comment montrer qu'un point appartient à un plan

Equation cartésienne d'un plan

Tout plan *P* de l'espace pourra s'écrire à l'aide d'une *équation cartésienne* du type $\mathbf{ax + by + cz + d = 0}$, où le vecteur de coordonnées (a ; b ; c) est un *vecteur normal* au plan *P*.

$\underset{a}{3}x + \underset{b}{4}y + \underset{c}{5}z + 6 = 0$ est l'équation cartésienne d'un plan ayant $\vec{n}\,(3\,;4\,;5)$ comme vecteur normal.

$8x - z + 3 = 0$ ($\rightarrow$ soit $\underset{a}{8}x + \underset{b}{0}y - \underset{c}{1}z + 3 = 0$) est l'équation cartésienne d'un plan ayant $\vec{n}\,(8\,;0\,;-1)$ comme vecteur normal.

Une petite remarque :
Les équations cartésiennes suivantes ($x + 2y + 5z + 6 = 0$ et $2x + 4y + 10z + 12 = 0$) définissent un même plan car on passe d'une équation à l'autre en multipliant ou en divisant tous les coefficients par 2 .

Appartenance d'un point à un plan

On considère un plan *P* d'équation cartésienne $\mathbf{ax + by + cz + d = 0}$.
Un point A, de coordonnées (x_A , y_A , z_A), appartiendra au plan *P* si les coordonnées de ce point vérifient l'équation du plan.
→ on remplace *x* , *y* et *z* par les coordonnées du point A et on doit obtenir un résultat égal à 0.

Exemples

a) Le point A (3 ; 2 ; 4) appartient-il au plan *P* d'équation $5x - 6y + z - 7 = 0$?

On remplace x, y et z par les coordonnées de A
→ on calcule $5 \times \underset{x_A}{3} - 6 \times \underset{y_A}{2} + \underset{z_A}{4} - 7$ et on obtient 0 !

Donc le point A appartient bien au plan P.

b) Le point B (5 ; - 1 ; 6) appartient-il au plan *P'* d'équation $2x - 3y - 4z + 8 = 0$?

On remplace x, y et z par les coordonnées de B
→ on calcule $2 \times 5 - 3 \times (-1) - 4 \times 6 + 8 = -3 \neq 0$
on n'obtient pas 0 .
Donc le point B n'appartient pas au plan P'.