

Comment montrer qu'un point appartient à une droite

Le principe générale de la méthode

Etant donné une droite, dont on connaît une *représentation paramétrique*, on pourra vérifier si un point appartient à cette droite. Pour cela, il faut qu'il existe une même valeur du paramètre qui permette d'obtenir les coordonnées de ce point.

Du coup, on devra résoudre 3 petites équations afin de trouver cette éventuelle valeur du paramètre.

Application

On considère la droite (d) définie par une représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -3 + 4k \\ z = 5 - k \end{cases}$$

a) Le point A (9 ; 13 ; 1) appartient-il à la droite (d) ?

b) Le point B (7 ; 5 ; 3) appartient-il à la droite (d) ?

a) on résout le système
$$\begin{cases} 1 + 2k = 9 \\ -3 + 4k = 13 \\ 5 - k = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2k = 8 \\ 4k = 16 \\ -k = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 4 \\ k = 4 \end{cases}$$

c'est la droite (d) c'est le point A.

On obtient bien la même valeur pour le paramètre k .

↳ Donc le point A appartient à la droite (d).

b) on résout le système
$$\begin{cases} 1 + 2k = 7 \\ -3 + 4k = 5 \\ 5 - k = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2k = 6 \\ 4k = 8 \\ -k = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = 2 \\ k = 2 \end{cases}$$

c'est la droite (d) c'est le point B.

On n'obtient pas la même valeur pour le paramètre k .

↳ Donc le point B n'appartient pas à la droite (d).

Cas particulier

Il est parfois inutile de faire des calculs. C'est le cas, par exemple, lorsqu'une des coordonnées de l'équation paramétrique de la droite ne dépend justement pas du paramètre.

Ainsi, le point de coordonnées $\begin{cases} 7 \\ 9 \\ 8 \end{cases}$ ne peut pas appartenir à la droite définie par
$$\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 10 \\ z = 6 + k \end{cases}$$
.

En effet, l'ordonnée du point est égale à 9 : elle ne pourra jamais être égale à 10 et ainsi correspondre à l'équation paramétrique de la droite.