

## La représentation paramétrique d'une droite

Dans le plan, il y avait deux types d'équations possibles pour les droites : l'équation *réduite* ( $y = ax + b$ ) ou l'équation *cartésienne* ( $ax + by + c = 0$ ). Dans l'espace, une droite se définira avec une *représentation paramétrique*, c'est à dire avec un système de trois *équations paramétriques*.

### Définition et propriété de la représentation paramétrique

Pour écrire une représentation paramétrique d'une droite, il nous faudra :

- un point de cette droite.
- un vecteur directeur de cette droite.
- un paramètre, c'est à dire un réel quelconque, que l'on notera (souvent)  $t$  ou  $k$ .

Du coup, toute droite ( $d$ ) de l'espace sera caractérisée par un système d'équations paramétriques du type :

c'est le paramètre  $\rightarrow$

$$\begin{cases} x = x_A + k u_x \\ y = y_A + k u_y \\ z = z_A + k u_z \end{cases}$$

↙ coordonnées d'un point de la droite

↘ coordonnées d'un vecteur directeur  $\vec{u}$  de la droite ( $d$ ).

### Application

Donner une représentation paramétrique de la droite ( $AB$ ), avec les points  $A(3; 4; -5)$  et  $B(1; 9; 2)$ .

on calcule  $\vec{AB}$   $\left| \begin{array}{l} 1-3 = -2 \\ 9-4 = 5 \\ 2-(-5) = 7 \end{array} \right.$  Le vecteur  $\vec{AB}$  est bien sûr un vecteur directeur de la droite ( $AB$ ) !

Une représentation paramétrique de la droite ( $AB$ ) est :

$$\begin{cases} x = 3 + k \times (-2) \\ y = 4 + k \times 5 \\ z = -5 + k \times 7 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{c'est le vecteur} \\ \text{directeur } \vec{AB} \end{array} \rightarrow \text{soit } \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 4 + 5k \\ z = -5 + 7k \end{cases}$$

on a mis le point A mais on aurait pu prendre B

**Remarque** : en remplaçant le paramètre  $k$  par un nombre, on peut obtenir n'importe quel point de la droite.

- si on remplace  $k$  par 0, on peut vérifier que l'on obtient le point A.
- si on remplace  $k$  par 1, on peut vérifier que l'on obtient le point B.
- si on remplace  $k$  par 2, on obtient encore un autre point de cette droite.

Ce point aura alors comme coordonnées  $\begin{cases} x = 3 - 2 \times 2 \\ y = 4 + 5 \times 2 \\ z = -5 + 7 \times 2 \end{cases}$ , c'est à dire  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 14 \\ z = 9 \end{cases}$ .