

Les nombres premiers

Décomposition d'un nombre avec ces nombres premiers : la méthode

Les nombres premiers jouent un rôle essentiel en mathématiques et il faut, dès maintenant, connaître par cœur le début de la liste de ces nombres premiers (il y en a une infinité) et savoir bien les utiliser .

La définition

Un *nombre premier* est un nombre entier positif qui n'admet que deux diviseurs distincts (ce qui signifie "différent l'un de l'autre") : **1 et lui-même**.

En clair, un *nombre premier* n'est divisible que par 1 (qui est un diviseur de tous les nombres !) et par lui-même (sachant que tout nombre est divisible par lui-même !). Il ne sera donc divisible par aucun autre nombre, et il ne sera donc dans aucune autre table de multiplication.

Attention, cette définition exclut le nombre 1 qui n'est effectivement pas un nombre premier.

Exemple : 11 est un *nombre premier* car il n'est divisible que par 1 et par 11.

12 n'est pas un *nombre premier* car il est divisible par 1 , par 12 mais aussi par 2 ; par 3 ..

Le début de la liste des nombres premiers.

Il y a beaucoup de méthode pour faire la liste des nombres premiers. Mais je pense que vous pouvez assez facilement apprendre et retrouver (à l'aide des tables de multiplications) le début de cette liste qui est à parfaitement mémoriser.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

La décomposition d'un nombre en facteurs premiers : la méthode

On va suivre ici une méthode qui va nous permettre de décomposer n'importe quel nombre entier à l'aide des nombres premiers. C'est un peu comme si on défaisait une maison en LEGO (*c'est le nombre*) pour retrouver toutes les petites pièces qui ont aidé à la construire (*ce sont les nombres premiers*).

Il y a **trois règles essentielles** à respecter pour décomposer un nombre entier :

- il faut essayer de diviser ce nombre par les nombres premiers **pris dans l'ordre** de la liste. On commence avec 2 ; puis on essaye avec 3 ; puis on essaye avec 5 ...
- tant que "**c'est bon**" (tant que le résultat de la division est un entier) alors on continue avec ce nombre premier avant de passer au nombre premier suivant.
- on s'arrête quand on arrive à 1 comme résultat final de la division.

Décomposition du nombre 1274

| | | |
|---|------------------------|--|
| On part de 1274 et on teste avec 2 | → $1274 : 2 = 637$ | → <i>c'est bon</i> (résultat entier) |
| On part de 637 et on teste <i>encore</i> avec 2 | → $637 : 2 = 318,5$ | → <i>pas bon</i> (résultat non entier) |
| On repart de 637 et on teste avec 3 | → $637 : 3 = 212,33..$ | → <i>pas bon</i> (résultat non entier) |
| On repart de 637 et on teste avec 5 | → $637 : 5 = 127,4$ | → <i>pas bon</i> (résultat non entier) |
| On repart de 637 et on teste avec 7 | → $637 : 7 = 91$ | → <i>c'est bon</i> (résultat entier) |
| On part de 91 et on teste <i>encore</i> avec 7 | → $91 : 7 = 13$ | → <i>c'est bon</i> (résultat entier) |
| On finit avec 13 (qui est premier) | → $13 : 13 = 1$ | → on s'arrête !! |

On écrira alors cette décomposition de la façon suivante :

$$\begin{array}{r|l}
 1274 & 2 \\
 637 & 7 \\
 91 & 7 \\
 13 & 13 \\
 1 &
 \end{array}$$

On peut vérifier que
 $2 \times 7 \times 7 \times 13 = 1274$