Les exercices : comment montrer que des droites sont parallèles

Exercice 1

C'est un exercice de base qui reprend directement la méthode vue sur la fiche de cours.

a) avec les points A (- 1 ; - 1) , B (2 ; 4) , F (3 ; 3) et G (-3 ; -7).
Les droites (AB) et (FG) sont-elles parallèles ?

b) avec les points A (- 2 ; 1) , B (3 ; 4) , C (2 ; 2) et D (5 ; 4).
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

c) avec les points N (- 2 ; 2) , T (5 ; 4) , M (1 ; 4) et R (2 ; 2).
Les droites (RT) et (MN) sont-elles parallèles ? (*attention à l'ordre des lettres cette fois*)

d) avec les points E (0 ; 5) , F (5 ; 0) , G (3 ; 0) et H (3 ; 4).
Les droites (HF) et (EG) sont-elles parallèles ? (*attention à l'ordre des lettres cette fois*)

Exercice 2

Dans cet exercice, le but est de retrouver une coordonnée inconnue pour que la condition de parallélisme soit bien réalisée.

a) avec les points A (3 ; - 3) , B (7 ; 2) , C (0 ; 2) et D (8 ; x).
Déterminer la valeur de x pour les droites (AB) et (CD) soient bien parallèles.

b) avec les points A (2 ; 3) , B (5 ; 7) , C (- 7 ; - 9) et D (x ; 6).
Déterminer la valeur de x pour les droites (AB) et (CD) soient bien parallèles.

Exercice 3

Dans cet exercice, il va falloir reprendre (et, peut être, réviser) la formule qui donne les coordonnées du milieu d'un segment. Et savoir retrouver les coordonnées d'un point à partir d'une égalité de vecteurs.

On considère les points A (- 1 ; 3) , B (3 ; 2) et C (1 ; - 2)
a) Calculer les coordonnées du point N , milieu de [AB].
b) Calculer les coordonnées du point P , milieu de [NB].
c) Calculer les coordonnées du point S tel que $\overrightarrow{SA} + 2\,\overrightarrow{SC} = \vec{0}$
d) Les droites (PC) et (SN) sont-elles parallèles ?

Exercice 4

Dans cet exercice, il va falloir reprendre (et, peut être, réviser) la méthode qui utilise les coordonnées du milieu d'un segment afin de retrouver les coordonnées d'un symétrique.

On considère les points A (1 ; 2) , B (3 ; 3) et D (7 ; 1)
a) Calculer les coordonnées du point C , symétrique de A par rapport à B.
b) Calculer les coordonnées du point E , symétrique de C par rapport à D.
c) Les droites (BD) et (AE) sont-elles parallèles ?

→ voici les réponses

Exercice 1

a) on a $\overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} 2-(-1)=3 \\ 4-(-1)=5 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{FG} \begin{vmatrix} -3-3=-6 \\ -7-3=-10 \end{vmatrix}$

on calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 5 & -10 \end{vmatrix}$

on obtient : $3\times(-10)-5\times(-6)=-30+30=0$.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires

Donc les droites (AB) et (FG) sont parallèles.

b) on a $\overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} 3-(-2)=5 \\ 4-1=3 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{vmatrix} 5-2=3 \\ 4-2=2 \end{vmatrix}$

on calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

on obtient : $5\times2-3\times3=10-9=1\neq0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires

Donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

c) on a $\overrightarrow{RT} \begin{vmatrix} 5-2=3 \\ 4-2=2 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{MN} \begin{vmatrix} -2-1=-3 \\ 2-4=-2 \end{vmatrix}$

on calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

on obtient : $3\times(-2)-2\times(-3)=-6+6=0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires

On a $(RT)\parallel(MN)$.

d) on a $\overrightarrow{HF} \begin{vmatrix} 5-3=2 \\ 0-4=-4 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{EG} \begin{vmatrix} 3-0=3 \\ 0-5=-5 \end{vmatrix}$

on calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -5 \end{vmatrix}$

on obtient : $2\times(-5)-(-4)\times3=-10+12=2\neq0$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{HF}$ et $\overrightarrow{EG}$ ne sont pas colinéaires

Donc les droites (HF) et (EG) ne sont pas parallèles.

Exercice 2

a) on a $\vec{AB} \begin{vmatrix} 7-3=4 \\ 2-(-3)=5 \end{vmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{vmatrix} 8-0=8 \\ x-2=x-2 \end{vmatrix}$

on écrit $\vec{CD}$ avec l'inconnue x

on veut que $(AB) // (CD)$

Donc on veut que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ soient colinéaires.

On calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 5 & x-2 \end{vmatrix}$ et on veut que ce déterminant soit égal à 0.

on obtient : $4 \times (x-2) - 5 \times 8 = 0$

soit $4x - 8 - 40 = 0$

soit $4x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{4} = 12$.

b) on a $\vec{AB} \begin{vmatrix} 5-2=3 \\ 7-3=4 \end{vmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{vmatrix} x-(-7)=x+7 \\ 6-(-9)=15 \end{vmatrix}$

on veut que $(AB) // (CD)$

Donc on veut que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ soient colinéaires

On calcule le déterminant de $\begin{vmatrix} 3 & x+7 \\ 4 & 15 \end{vmatrix}$ et on veut que ce déterminant soit égal à 0.

On obtient : $3 \times 15 - 4 \times (x+7) = 0$

soit $45 - 4x - 28 = 0$

soit $-4x = -17$

soit $x = \frac{-17}{-4} = \frac{17}{4} = 4{,}25$

Exercice 3

a) on a $N \left| \begin{array}{l} \frac{-1+3}{2} = 1 \\ \frac{3+2}{2} = 2,5 \end{array} \right.$

b) on a $P \left| \begin{array}{l} \frac{1+3}{2} = 2 \\ \frac{2,5+2}{2} = 2,25 \end{array} \right.$

x_N y_N

c) on pose $S \left| \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \right.$ et on résout les équations obtenues à partir de l'égalité $\overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC} = \vec{0}$

on a $\overrightarrow{SA} \left| \begin{array}{l} -1-x \\ 3-y \end{array} \right.$ et $\overrightarrow{SC} \left| \begin{array}{l} 1-x \\ -2-y \end{array} \right.$

on veut $\overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SC} = \vec{0}$ soit $\begin{cases} -1-x+2(1-x) = 0 \\ 3-y+2(-2-y) = 0 \end{cases}$

on obtient $\begin{cases} -1-x+2-2x = 0 \rightarrow -3x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \\ 3-y-4-2y = 0 \rightarrow -3y = 1 \rightarrow y = -\frac{1}{3} \end{cases}$

on a donc $S \left| \begin{array}{l} 1/3 \\ -1/3 \end{array} \right.$

d) on a $\overrightarrow{PC} \left| \begin{array}{l} 1-2 = -1 \\ -2-2,25 = -4,25 \ (\text{ou } -\frac{17}{4}) \end{array} \right.$

on a $\overrightarrow{SN} \left| \begin{array}{l} 1-1/3 = 2/3 \\ 2,5-(-\frac{1}{3}) = \frac{5}{2}+\frac{1}{3} = \frac{17}{6} \end{array} \right.$

on calcule le déterminant de $\left| \begin{array}{ll} -1 & 2/3 \\ -\frac{17}{4} & \frac{17}{6} \end{array} \right.$

on obtient : $-1 \times \frac{17}{6} - (-\frac{17}{4}) \times \frac{2}{3} = -\frac{17}{6} + \frac{17}{6} = 0$!

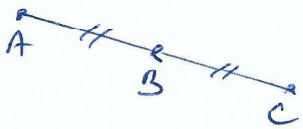
Donc les vecteurs $\overrightarrow{PC}$ et $\overrightarrow{SN}$ sont colinéaires

Donc les droites (PC) et (SN) sont parallèles.

Exercice 4

a) on veut le point C, symétrique de A par rapport à B.

Donc on veut $\vec{BC} = \vec{AB}$



on pose $C \left| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right.$ et on a $\vec{BC} \left| \begin{matrix} x-3 \\ y-3 \end{matrix} \right.$

on a aussi $\vec{AB} \left| \begin{matrix} 3-1=2 \\ 3-2=1 \end{matrix} \right.$

$\vec{BC} = \vec{AB}$ devient $\begin{cases} x-3=2 \\ y-3=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ soit $C \left| \begin{matrix} 5 \\ 4 \end{matrix} \right.$

b) pour le point E, on fait la même chose

avec $\vec{DE} = \vec{CD}$

on pose $E \left| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right.$ et on a $\vec{DE} \left| \begin{matrix} x-7 \\ y-1 \end{matrix} \right.$

on a aussi $\vec{CD} \left| \begin{matrix} 7-5=2 \\ 1-4=-3 \end{matrix} \right.$

← c'est le point C trouvé dans le a)

$\vec{DE} = \vec{CD}$ devient $\begin{cases} x-7=2 \\ y-1=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=-2 \end{cases}$ soit $E \left| \begin{matrix} 9 \\ -2 \end{matrix} \right.$

c) on a $\vec{BD} \left| \begin{matrix} 7-3=4 \\ 1-3=-2 \end{matrix} \right.$ et $\vec{AE} \left| \begin{matrix} 9-1=8 \\ -2-2=-4 \end{matrix} \right.$

on peut calculer le déterminant

ou on peut voir que $\vec{AE} = 2\vec{BD}$

Donc $\vec{AE}$ et $\vec{BD}$ sont colinéaires

Donc $(AE) \parallel (BD)$.