Comment déterminer les coordonnées d'un point pour obtenir un parallélograme

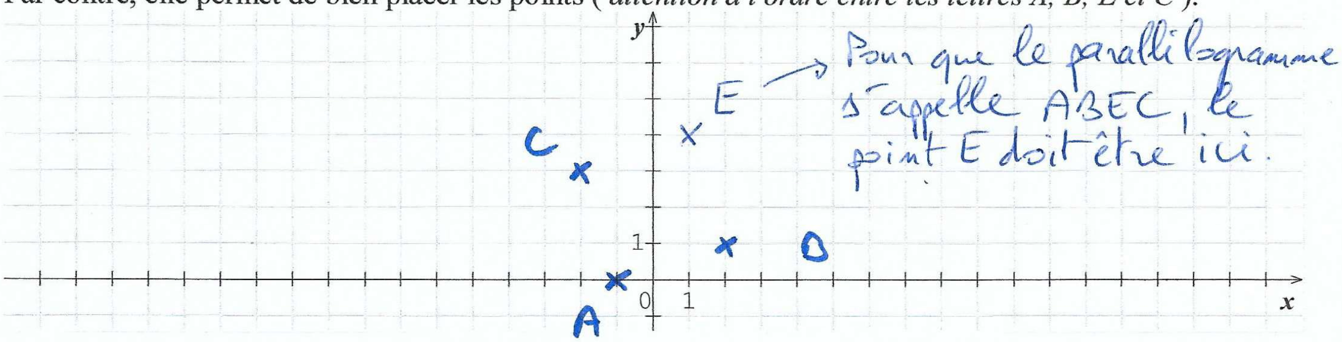
On peut remarquer que l'on a déjà appris, cette année, à résoudre cette question en utilisant la formule du milieu d'un segment, et le fait que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Nous allons donc voir ici une autre méthode. En sachant que c'est justement cette méthode avec les vecteurs qui sera la plus rapide et la plus efficace à terme !

La question à savoir résoudre

On donne A (- 1 ; 0), B (2 ; 1) et C (- 2 ; 3).
Déterminer les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme

Un dessin pour s'aider

On va placer les points, pour s'aider à construire le raisonnement mais certainement pas pour conclure !
En classe de Seconde, une figure ne sera jamais une preuve !!
Par contre, elle permet de bien placer les points (*attention à l'ordre entre les lettres A, B, E et C*).



La résolution du problème

On veut ABEC parallélogramme soit, par exemple, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.

On a $\overrightarrow{AB} \left| \begin{array}{l} x_B - x_A = 2-(-1) = 3 \\ y_B - y_A = 1 - 0 = 1 \end{array} \right.$ soit $\overrightarrow{AB} \left| \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right.$

Avec $E \left| \begin{array}{l} x_E \\ y_E \end{array} \right.$, on a $\overrightarrow{CE} \left| \begin{array}{l} x_E - x_C = x_E - (-2) \\ y_E - y_C = y_E - 3 \end{array} \right.$ soit $\overrightarrow{CE} \left| \begin{array}{l} x_E + 2 \\ y_E - 3 \end{array} \right.$

On veut $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ soit $\left\{ \begin{array}{l} x_E + 2 = 3 \\ y_E - 3 = 1 \end{array} \right.$

On résout les équations :

$x_E + 2 = 3 \rightarrow x_E = 3 - 2 \rightarrow x_E = 1$

$y_E - 3 = 1 \rightarrow y_E = 1 + 3 \rightarrow y_E = 4$

Les coordonnées du point E seront donc :

$E \left| \begin{array}{l} 1 \\ 4 \end{array} \right.$ ou $E(1 ; 4)$ et cela est vérifié sur le dessin !!