

Comment montrer que des vecteurs sont colinéaires
Méthode 2 (avec le déterminant)

Description générale

Pour savoir si les vecteurs (non nuls) $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont **colinéaires**, on va utiliser une méthode utilisant le **déterminant** (c'est en fait un "produit en croix"). Cela va nous permettre de vérifier si les coordonnées des vecteurs sont **proportionnelles**, ce qui entrainera la colinéarité des vecteurs.

Dans la pratique, pour savoir si les vecteurs (non nuls) $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont **colinéaires**,

on calcule le déterminant suivant : $x \times y' - x' \times y$

→ si ce déterminant est égal à 0 alors les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

→ si ce déterminant n'est pas égal à 0 alors les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.

Entre les deux méthodes, c'est elle la plus souvent utilisée car elle est pratique et mémorisable mais elle ne fournit pas le coefficient de colinéarité entre les deux vecteurs (qu'il faudrait trouver si nécessaire).

Exemple 1 : avec les vecteurs $\vec{u}(6; -8)$ et $\vec{v}(-9; 12)$

on calcule le déterminant de \vec{u} et \vec{v} : $\begin{vmatrix} 6 & -9 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}$

on peut s'aider de ce petit outil visuel !

on obtient : $6 \times 12 \ominus (-8) \times (-9) = 72 - 72 = 0$

Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

(et on pourrait montrer que $\vec{v} = -1,5 \vec{u}$)

Exemple 2 : avec les vecteurs $\vec{u}(-5; 4)$ et $\vec{v}(-7; 6)$

on calcule le déterminant de \vec{u} et \vec{v} : $\begin{vmatrix} -5 & -7 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$

on obtient : $-5 \times 6 \ominus 4 \times (-7) = -30 - (-28) = -2 \neq 0$

on peut entourer ce "moins" de la formule pour ne pas l'oublier !

Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires.

Exemple 3 : avec les vecteurs $\vec{u}(9; -13,5)$ et $\vec{v}(-4; 6)$

on calcule le déterminant de \vec{u} et \vec{v} : $\begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -13,5 & 6 \end{vmatrix}$

on obtient : $9 \times 6 \ominus (-13,5) \times (-4) = 54 - 54 = 0$

Donc les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

(et on pourrait montrer que $\vec{u} = -\frac{9}{4} \vec{v} = -2,25 \vec{v}$)

Remarque : les exemples sont les mêmes que la fiche précédente. Faites votre choix pour la méthode !!!