Les coordonnées du milieu : les exercices

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on considère les points A (1 ; - 1) , B (- 2 ; 0) , C (0 ; 6) et D (3 ; 5).

a) Déterminer les coordonnées du milieu du segment [AC].

b) Déterminer les coordonnées du milieu du segment [BD].

c) En déduire la nature du parallélogramme ABCD.

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère les points A (1 ; 2) , B (- 6 ; 3) , C (6 ; 7) et D (- 1 ; 8).

Montrer que le quadrilatère BACD est un parallélogramme.

Exercice 3

Dans un repère orthonormé, on considère les points A (2 ; - 3) et B (- 3 ; - 1).

Déterminer les coordonnées du point C symétrique de A par rapport à B.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on considère les points E (1 ; 4) , F (4 ; 6) et G (2 ; 3).

Déterminer les coordonnées du point H tel que le quadrilatère EFGH soit un parallélogramme.

→ voici les réponses !!

Exercice 1

a) On calcule les coordonnées du milieu de [AC] :

$\frac{Xa+Xc}{2} = \frac{1+0}{2} = 0{,}5$ et $\frac{Ya+Yc}{2} = \frac{-1+6}{2} = 2{,}5$ → on obtient donc (0,5 ; 2,5).

b) On calcule les coordonnées du milieu de [BD] :

$\frac{Xb+Xd}{2} = \frac{-2+3}{2} = 0{,}5$ et $\frac{Yb+Yd}{2} = \frac{0+5}{2} = 2{,}5$ → on obtient donc (0,5 ; 2,5).

c) Les diagonales du quadrilatère sont bien [AC] et [BD]. Et on vient de voir que ces diagonales ont le même milieu (car on a obtenu les mêmes coordonnées).
Donc les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu → ABCD est bien un parallélogramme.

Exercice 2

On n'a pas de questions intermédiaires et on va donc directement montrer que les diagonales [BC] et [AD] se coupent en leur milieu.

On calcule les coordonnées du milieu de [BC] :

$\frac{Xb+Xc}{2} = \frac{-6+6}{2} = 0$ et $\frac{Yb+Yc}{2} = \frac{3+7}{2} = 5$ → on obtient donc (0 ; 5).

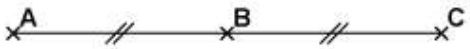
On calcule les coordonnées du milieu de [AD] :

$\frac{Xa+Xd}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = 0$ et $\frac{Ya+Yd}{2} = \frac{2+8}{2} = 5$ → on obtient donc (0 ; 5).

Les diagonales du quadrilatère sont bien [BC] et [AD]. Et on vient de voir que ces diagonales ont le même milieu (car on a obtenu les mêmes coordonnées).
Donc les diagonales [BC] et [AD] se coupent en leur milieu → BACD est bien un parallélogramme.

Exercice 3

On peut faire un petit croquis pour bien comprendre que, cette fois, on connait le milieu qui est le pointB et on cherche les coordonnées d'une des extrémités du segment [AC].



on cherche les coordonnées de ce point C.

On écrit l'abscisse du milieu de [AC] avec Xc et on résout l'équation car on sait que l'abscisse de ce milieu (c'est Xb) est égale à -3 .

On a : $\frac{Xa+Xc}{2} = -3$ soit $\frac{2+Xc}{2} = -3$ soit $2 + Xc = -6$ soit $Xc = -6 - 2 = -8$

On écrit l'ordonnée du milieu de [AC] avec Yc et on résout l'équation car on sait que l'ordonnéee de ce milieu (c'est Yb) est égale à -1 .

On a : $\frac{Ya+Yc}{2} = -1$ soit $\frac{-3+Yc}{2} = -1$ soit $-3 + Yc = -2$ soit $Yc = -2 + 3 = 1$

→ on obtient donc les coordonnées du point C (- 8 ; 1).
On a proposé ici une disposition un peu différente de la fiche de cours. Vous pouvez choisir entre les deux celle qui vous convient le mieux.

Exercice 4

On peut faire un petit croquis pour bien visualiser la situation mais il faut surtout reproduire la méthode, en deux étapes, vue dans une fiche de cours.

Etape 1 *: les diagonales du quadrilatère EFGH sont [EG] et [FH]. On commence donc par calculer les coordonnées du milieu de la diagonale "connue" , c'est à dire [EG].*

On calcule les coordonnées du milieu de [EG] :

$\frac{Xe+Xg}{2} = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$ et $\frac{Ye+Yg}{2} = \frac{4+3}{2} = 3{,}5$ → on obtient donc (1,5 ; 3,5).

Etape 2 : *sachant que les diagonales d'un parallèlogramme ont le même milieu, on va maintenant retrouver les coordonnées du point H à l'aide des coordonnées de ce milieu (1,5 ; 3,5).*

On écrit l'abscisse du milieu de [FH] avec Xh et on résout l'équation car on sait que l'abscisse de ce milieu est égale à 1,5 (voir l'étape 1) .

On a : $\frac{Xf+Xh}{2} = 1{,}5$ soit $\frac{4+Xh}{2} = 1{,}5$ soit $4 + Xh = 3$ soit $Xh = 3 - 4 = -1$

On écrit l'ordonnée du milieu de [FH] avec Yh et on résout l'équation car on sait que l'ordonnée de ce milieu est égale à 3,5 (voir étape 1) .

On a : $\frac{Yf+Yh}{2} = 3{,}5$ soit $\frac{6+Yh}{2} = 3{,}5$ soit $6 + Yh = 7$ soit $Yh = 7 - 6 = 1$

→ on obtient donc les coordonnées du point H (- 1 ; 1).