

Comment montrer que des points sont alignés

La **colinéarité de deux vecteurs** va nous permettre de conclure sur l'**alignement de trois points**. Pour cela, avec les trois points, on calculera les **coordonnées de deux vecteurs** (et, donc, un point se retrouvera dans les deux vecteurs) et on étudie la **colinéarité** de ces vecteurs.

La propriété pour montrer l'alignement de trois points

Les trois points R, T et M sont **alignés**
si et seulement si
les vecteurs \overrightarrow{RT} et \overrightarrow{RM} sont **colinéaires**.

Remarque : on aurait pu travailler avec les vecteurs \overrightarrow{RT} et \overrightarrow{TM} ou avec les vecteurs \overrightarrow{RM} et \overrightarrow{TM} (il faut juste qu'un point se retrouve dans les deux vecteurs !!).

Exemple 1 : avec les points R (-4 ; -2), T (4 ; 2), M (8 ; 4).

Les points R, T et M sont-ils alignés ?

$$\text{On a } \overrightarrow{RT} \mid \begin{array}{l} x_T - x_R = 4 - (-4) = 8 \\ y_T - y_R = 2 - (-2) = 4 \end{array}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{RM} \mid \begin{array}{l} x_M - x_R = 8 - (-4) = 12 \\ y_M - y_R = 4 - (-2) = 6 \end{array}$$

On calcule le déterminant des vecteurs $\left| \begin{array}{cc} 8 & 12 \\ 4 & 6 \end{array} \right|$

$$\text{On obtient } 8 \times 6 \ominus 4 \times 12 = 48 - 48 = 0$$

Donc les vecteurs \overrightarrow{RT} et \overrightarrow{RM} sont colinéaires.

Donc les points R, T et M sont **ALIGNÉS**.

Exemple 2 : avec les points A (-1 ; 2), B (3 ; 4), C (12 ; 8).

Les points A, B et C sont-ils alignés ?

$$\text{On a } \overrightarrow{AB} \mid \begin{array}{l} x_B - x_A = 3 - (-1) = 4 \\ y_B - y_A = 4 - 2 = 2 \end{array}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{AC} \mid \begin{array}{l} x_C - x_A = 12 - (-1) = 13 \\ y_C - y_A = 8 - 2 = 6 \end{array}$$

On calcule le déterminant des vecteurs $\left| \begin{array}{cc} 4 & 13 \\ 2 & 6 \end{array} \right|$

$$\text{On obtient } 4 \times 6 \ominus 2 \times 13 = 24 - 26 = -2 \neq 0$$

Donc les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires.

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.